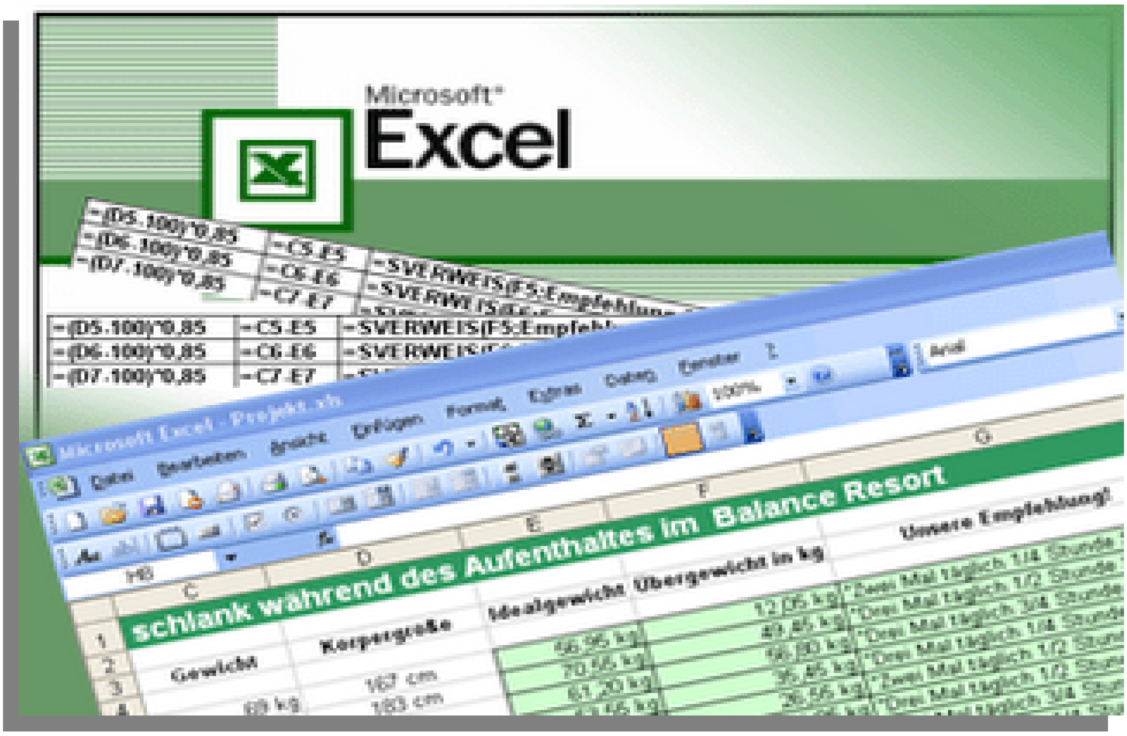
بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة العربية السعودية
وزارة التعليم العالـــــي
جامعة المــلك فيصـل

كلية المعلمين بالدمـام
قسم الحاسب الآلي

البرمجيات الحسابية والإحصائية



الباب الأول : مقاييس النزعة المركزية.

الباب الثاني : مقاييس التشتت ، مقاييس الالتواء والتفلطح.

مقدمة في مقاييس النزعة المركزية

إن الاسلوب البياني في تحليل ودراسة الظواهر لتحديد الخصائص والاتجاهات والعلاقات ، يعتمد في دقته على دقة التمثيل البياني نفسه وبذلك ربما تختلف الخصائص من رسم إلى اخر لنفس الظاهرة، وعليه فإنه من الافضل اللجوء إلى طرق القياس الكمي، حيث يستخدم الباحث الطريقة الرياضية في القياس.

كل ظاهرة في الحياة العامة لها ميل للتجمع حول نقطة معينة ؛ ومن ثم إذا استطعنا تحديد هذه النقطة فإننا سنصل إلى قيمة متوسطة تتجمع حولها القيم.
يسمى ذلك الميل إلى التجمع حول هذه القيمة بالنزعة المركزية

فالهدف الاساسي من استخدام مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت هو تلخيص البيانات في محاولة اخرى لوصفها عن طريق التعرف على مركزها ومقدار تشتت البيانات حول هذا المركز (درجة تجانس البيانات) ومن خلال هذين المؤشرين يتمكن الباحث من فهم ابعاد الظاهرة قيد الدراسة.

الوسط الحسابي

The Arithmetic Mean

يعد من اكثر المقاييس المستخدمة في الإحصاء حيث انه بسيط وسهل الفهم و يصلح للمقارنة بين المجموعات

الوسط الحسابي او الوسط للمجموعه n من الارقام $X_1, X_2, \ldots, X_n$ ويرمز له بالرمز $\overline{X}$ ويقرا (X bar) ويعرف كالاتي:

(للبيانات المباشرة)

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum X_i}{n}$$

مثال: الوسط الحسابي للارقام 10 , 12 , 5 , 3 , 8 هو:

$$\overline{X} = \frac{8 + 3 + 5 + 12 + 10}{5} = \frac{38}{5} = 7.6$$

بإستخدام الاكسل :

F	D	C	B
The Arithmetic Mean الوسط الحسابي			
	N1	8	
	N2	3	
	N3	5	
	N4	12	
	N5	10	
	المجموع	38	
	القيم	5	
	الوسط الحسابي	7.6	

بعض مميزات الوسط الحسابي

١. مقياس سهل حسابه ويخضع للعمليات الجبرية بسهولة.

٢. ياخد في الاعتبار جميع القيم محل الدراسة.

٣. اكثر المقاييس استخداما في الإحصاء .

بعض عيوب الوسط الحسابي

١. يتاتر بالقيم الشاذة(المتطرفة) وهي القيم الكبيرة جدا او الصغيرة جدا مقارنة بباقي القيم.

٢. يصعب حسابه في حالة الجداول التكرارية المفتوحة ، حيث يتطلب ذلك معرفة مركز كل فئة.

٣. لا يمكن حسابه في حالة البيانات الوصفية.

الوسيط

The Median

الوسيط لمجموعه من الارقام مرتبه حسب قيمها (في ترتيب تصاعدي او تنازلي) هي القيمه التي تتوسط البيانات التي تقع في المنتصف او الوسط الحسابي للقيمتين اللتين تتوسطان البيانات او تقع في منتصف البيانات، اي تقسمها البيانات إلى قسمين متساويين

(للبيانات المباشرة)

مثال: إدا كان حجم العينه رقم فردي

مجموعه الارقام 10 , 8 , 8 , 8 , 6 , 5 , 4 , 4 , 3 وسيطها هو 6

مثال: إدا كان حجم العينه عدد زوجي

مجموعه الارقام 18 , 15 , 12 ,11 , 9 , 7 , 5 , 5 وسيطها هو

$1/2*(9+11) = 10$

D	C
الوسيط (The Median)	
N1	3
N2	4
N3	4
N4	5
N5	6
N6	8
N7	8
N8	8
N9	10
الوسيط	6

D	C
الوسيط (The Median)	
N1	5
N2	5
N3	7
N4	9
N5	11
N6	12
N7	15
N8	18
الوسيط	10

مميزات الوسيط

١. لا يتاثر بالقيم المتطرفة.

٢. يمكن حساب الوسيط في حالة الجداول التكرارية المفتوحة للبيانات الكمية.

٣. يمكن إيجاده في حالة البيانات الوصفية التي يمكن ترتيبها.

عيوب الوسيط

١. لا ياخد جميع القيم في الاعتبار عند حسابه.

٢. لا يسهل التعامل معه في التحاليل الإحصائية والرياضية.

المنوال

The Mode

المنوال لمجموعه من القيم هي القيمه التي تتكرر اكثر من غيرها ، او القيمه الاكثر شيوعا . وقد لا يكون للقيم منوال وقد يوجد اكثر من منوال واحد.

(للبيانات المباشرة)

مثال المجموعه 22,5,7,9,9,8,9,10,11,12,18 لها منوال واحد هو **٩**

مثال المجموعه 3,5,8,10,15,16 ليس لها منوال

D	C
The Mode المنوال	
N1	22
N2	5
N3	7
N4	9
N5	9
N6	8
N7	9
N8	10
N9	11
N10	12
N11	18
المنوال	9

D	C
The Mode المنوال	
N1	3
N2	5
N3	7
N4	8
N5	10
N6	15
N7	16
المنوال	#N/A

مميزات المنوال

١.مقياس سهل حسابه ولا يتاثر بالقيم الشاذة.

٢.يمكن إيجاده للقيم الوصفية والتوزيعات التكرارية المفتوحة.

مميزات المنوال

١. عند حساب المنوال لا تؤخد جميع قيم البيانات في الاعتبار.

٢.قد يكون لبعض البيانات اكتر من منوال وبدلك لا يمكن تحديد فيمه وحيدة للمنوال.

الوسط الهندسي
Geometric Mean

ويرمز له بالرمز G ، فالوسط الهندسي لمجموعه n من الارقام $X_1, X_2, \ldots, X_n$ هو الجدر النوني لحاصل ضرب هده الارقام:

(للبيانات المباشرة)

$$G = \sqrt[n]{X_1 , X_2 , X_3 , \ldots , X_n}$$

مثال الوسط الهندسي للارقام 8 , 4 , 2 هو

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

D	C
الوسط الهندسي Geometric Mean	
2	0.301029996
4	0.602059991
8	0.903089987
عدد القيم	3
مجموع الـ LOG	1.806179974
GM LOG	0.602059991
GM	4
التأكد بالدالة	4

إيجاد الــ LOG لاـ 2 وكدا باقي القيم ، تم إيجاد عدد القيم ، ومن تم مجموع الــ LOG ، تم إيجاد (1 على عدد القيم مضروبا في مجموع الــ LOG

تم إيجاد GM (GM LOG ^ 10).

$$G = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\text{Log } G = \frac{1}{n} \text{Log } (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$\text{Log } G = \frac{1}{n} \text{Log } \sum_{1}^{n} (xj)$$

الوسط التوافقي

Harmonic Mean

ويرمز له بالرمز **H** ، فالوسط التوافقي لمجموعه من **n** من

الارقام $X_1, X_2, \dots, X_n$ هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم .

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}$$

$$\frac{1}{H} = \frac{\Sigma \frac{1}{x}}{n} = \frac{1}{n}\Sigma\frac{1}{x}$$

ومن الناحيه العمليه فإنه من الاسهل ان نتذكر ان:

الوسط التوافقي هو مجموع مقلوبات تلك القيم مقسوما على عددها اي:

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}\right)$$

or

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

مثال الوسط التوافقي للارقام 8 , 4 , 2 هو:

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) \quad H=3.43$$

D	C
الوسط التوافقي Harmonic Mean	
x	1/x
2	0.5
4	0.25
8	0.125
عدد القيم	3
مجموع مقلوب القيم	0.875
الوسط التوافقي	0.291666667
1/H	3.428571429
التأكد بالدالة	3.428571429

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسط الهندسي والوسط التوافقي

الوسط الهندسي لمجموعه من الارقام $X_1, X_2, \ldots, X_n$

اقل من او يساوي وسطها الحسابي

ولكنه اكبر من او يساوي وسطها التوافقي.

الوسط الحسابي $\geq$ الوسط الهندسي $\geq$ الوسط التوافقي

اي ان:ـ

$$H \leq G \leq \overline{X}$$

وتتحقق علامه التساوي إذا كانت الارقام $X_1, X_2, \ldots, X_n$

* المجموعه 8 , 4 , 2 وسطها الحسابي 4,67 ووسطها الهندسي 4

ووسطها التوافقي 3

الوســط التربيعي

Quadratic Mean

(للبيانات المباشرة)

هو الجذر التربيعي للوسط الحسابي لمربعات القيم اي:

$$Q = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}$$

OR :

$$Q = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} \quad , i = 1, 2, 3, \dots , n$$

ويستخدم غالبا في الفيزياء والإلكترونيات

مثال اوجد المتوسط التربيعي للبيانات التاليه :

7 , 2 , 5 , -4 , 6

B	A
xi^2	xi
49	7
4	2
25	5
16	-4
36	6
130	مجموع تربيع x
5	عدد القيم
26	مجموع تربيع x على عدد القيم
5.099019514	الجذر التربيعي للمتوسط

الوسط التربيعي
Quadratic Mean

(للبيانات المبوبه)

$$Q = \sqrt{\frac{x_1^2 f_1 + x_2^2 f_2 + \dots + x_n^2 f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}}$$

OR :

$$Q = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_1}}$$

حيث القيم هي: x_1 ، x_2 ، ... ، x_n تقابل كل منها مركز الفئة f_1 ، f_2 ، ... ، f_n على الترتيب.

الوسط الحسابي المرجح (الموزون)
The Weighted Mean

في بعض الاحيان نقرن بعض الارقام $X_1, X_2, \dots, X_k$ بمعاملات ترجيح او اوزان $W_1, W_2, \dots, W_k$ وهده تعتمد على الدلاله او الاهميه المرتبطه بهده الارقام ، وفي هده الحالة فإن :

$$\overline{X} = \frac{W_1 X_1 + W_2 X_2 + \dots + W_k X_k}{W_1 + W_2 + \dots W_k} = \frac{\Sigma W_j X_j}{\Sigma W_j} = \frac{\Sigma W X}{\Sigma W}$$

يسمى بالوسط الحسابي المرجح . ويلاحظ هنا اوجه الشبه

بالمعادله السابقه ، التي يمكن اعتبارها وسطا حسابيا

مرجحا باوزان $f_1, f_2, \dots, f_k$.

مثال : إدا كانت تقديرات احد الطلاب في إحدى الجامعات

في احد الفصول الدراسيه هي **B , E , C , D , A**

وكانت الساعات الدراسيه المعتمدة لهده المواد على

الترتيب هي : **2,3,3,4,2**

المطلوب إيجاد المعدل الفصلي لهدا الطالب علما بان إدا

كان حساب الساعات المعتمدة باخد نظام النقاط الاتي :

A=5 , B=4 , C=3 , D=2 , E=1

$$\bar{X} = \frac{A*2+D*4+C*3+E*3+B*2}{2+3+3+4+2} = 2.71$$

E	D	C	B	A
الوسط الحسابي المرجح	2	10	5	A
2.71428571	4	8	2	D
	3	9	3	C
	3	3	1	E
	2	8	4	B
	14	38	المجموع	
		عمود حاصل B,D		

الوسط الحسابي

The Arithmetic Mean

(للبيانات غير المباشرة)

إذا كانت الارقام $X_1, X_2, \dots, X_k$ تحدث $f_1, f_2, \dots, f_k$ مرة على الترتيب بمعنى انها تحدث بتكرارات $f_1, f_2, \dots, f_k$

فإن الوسط الحسابي سيكون:

$$\overline{X} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k} = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j x_j}{\sum_{j=1}^{k} f_j} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{\sum fx}{n}$$

حيث : $n = \sum f$ وهو مجموع التكرارات اي مجموع عدد الحالات.

مثال : أوجد الوسط الحسابي للبيانات المبوبة التالية :

(x)	5 – 6	7 – 8	9 – 10	11 – 12	13 – 14
(f)	2	5	8	4	1

الوسط الحسابي للبيانات المبوبة

Fi.Xi	Xi	Fi	الفئة٢	الفئة١
				مركز العمر
11	5.5	2	6	5
37.5	7.5	5	8	7
76	9.5	8	10	9
46	11.5	4	12	11
13.5	13.5	1	14	13
184		20		المجموع
		9.2	الوسط الحسابي	

مقاييس التشتت

عند مقارنة مجموعتين من البيانات ، يمكن استخدام شكل التوزيع التكراري، او المنحنى التكراري ، وكذلك بعض مقاييس النزعة المركزية ، مثل الوسط الحسابي والوسيط ، والمنوال ، والإحصاءات الترتيبية ، ولكن استخدام هذه الطرق وحدها لا يكفي عند المقارنة ، فقد يكون مقياس النزعة المركزية للمجموعتين متساوي ، وربما يوجد اختلاف كبير بين المجموعتين من حيث مدى تقارب وتباعد البيانات من بعضها البعض ، او مدى تباعد او تقارب القيم عن مقياس النزعة المركزية .

ومثال على ذلك ، إذا كان لدينا مجموعتين من الطلاب ، وكان درجات المجموعتين كالتالي :

المجموعة الاولى	63	70	78	81	85	67	88
المجموعة الثانية	73	78	77	78	75	74	77

لو قمنا بحساب الوسط الحسابي لكل مجموعة ، نجد ان الوسط الحسابي لكل منهما يساوي 76 درجة ، ومع ذلك درجات المجموعة الثانية اكثر تجانسا من درجات المجموعة الاولى . من اجل ذلك لجا الإحصائيون إلى استخدام مقاييس اخرى لقياس مدى تجانس البيانات، او مدى انتشار البيانات حول مقياس النزعة المركزية، ويمكن استخدامها في المقارنة بين مجموعتين او اكثر من البيانات، ومن هذه المقاييس ، مقاييس التشتت ، والالتواء ، والتفلطح .

المدى، والانحراف الربيعي، والانحراف المتوسط، والتباين، والانحراف المعياري ، بالإضافة إلى مقاييس الالتواء والتفلطح.

المـــدى

Rang

هو ابسط مقاييس التشتت، ويحسب المدى في حالة

البيانات غير المبوبة (المباشرة)

المدى في حالة البيانات غير المبوبة = أكبر قراءة – أقل قراءة

$$Rang = Max - Min$$

مثال : اوجد المدى للبيانات المباشرة التالية :

تم زراعة 9 وحدات تجريبية بمحصول القمح ، وتم تسميدها بنوع معين

من الاسمدة الفسفورية ، وفيما يلي بيانات كمية الإنتاج من القمح

بالطن/هكتار.

4.8 , 6.21 , 5.4 , 5.18 , 5.29 , 5.18 , 5.08 , 4.63 , 5.03

الحـــل

المدى = اكبر قراءة – اقل قراءة

اكبر قراءة = 6.21 اقل قراءة = 4.63

إذا المدى هو :

Rang=Max-Min=6.21-4.63 =1.58

A	B
4.8	
6.21	
5.4	
5.18	
5.29	
5.18	
5.29	
5.18	
5.08	
4.63	
5.03	
max	6.21
min	4.63
Rang	1.58

البيانات المبوبة

المدى في حالة البيانات المبوبة = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى

مثـــال : الجدول التكراري التالي يبين توزيع 60 مزرعة حسب المساحة المتزرعة بالذرة بالالف دونم .

المساحة	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
عدد المزارع	3	9	15	18	12	3

والمطلوب حساب المدى للمساحة المتزرعة بالذرة .

A	B	C	D
15	20	3	17.5
20	25	9	22.5
25	30	15	27.5
30	35	18	32.5
35	40	12	37.5
40	45	3	42.5
الفئة ١	الفئة ٢	التكرار	مركز الفئات
rang	25		

الحـــل

المدى = مركز الفئة الاخيرة – مركز الفئة الاولى

مركز الفئة الاخيرة: $(40+45)/2=85/2=42.5$

مركز الفئة الاولى: $(15+20)/2=35/2=17.5$

إذا $Rang = 42.5 - 17.5 = 25$

من مزايا المدى

- انه بسيط وسهل الحساب.
- يكثر استخدامه عند الإعلان عن حالات الطقس، و المناخ الجوي، مثل درجات الحرارة، والرطوبة، والضغط الجوي.
- يستخدم في مراقبة الجودة .

عيوب المدى

- انه يعتمد على قيمتين فقط ، ولا ياخد جميع القيم في الحسبان .
- يتاثر بالقيم الشاذة .

الانحراف المتوسط

Mean Deviation

هو احد مقاييس التشتت، ويعبر عنه بمتوسط الانحرافات المطلقة للقيم عن وسطها الحسابي ، فإذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هي القراءات التي تم اخذها عن ظاهرة معينة ، و كان ($\bar{x} = \sum x/n$) عبارة عن الوسط الحسابي لهذه القراءات، فإن الانحراف المتوسط (MD) يحسب بتطبيق المعادلة التالية:

البيانات غير المبوبة (المباشرة)

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

مثـــال : إذا كانت الطاقة التصديرية لخمس محطات لتحلية المياه بالمليون متر مكعب كما يلي: 7 10 2 5 4

اوجد قيمة الانحراف المتوسط للطاقة التصديرية

X	(X−X~)	|X−5.6|
4	−1.6	1.6
5	−0.6	0.6
2	−3.6	3.6
10	4.4	4.4
7	1.4	1.4
sum	28	11.6
count	5	
Average	5.6	
الانحراف المتوسط	2.32	

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n} = \frac{11.6}{5} = 2.32$$

البيانات المبوبة

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f}$$

مثـــال : يبين الجدول التكراري التالي توزيع 40 اسرة حسب الإنفاق الشهري بالالف ريال.

الإنفاق	2 - 5	5 - 8	8 - 11	11 – 14	14 – 17
عدد الاسرة	1	8	13	10	8

اوجد الانحراف المتوسط .

الحـــــــــل

الفئة ١	الفئة ٢	F	X	X.F	X-X~	|X-X~|	F|X-X~|
2	5	1	3.5	3.5	-7.2	7.2	7.2
5	8	8	6.5	52	-4.2	4.2	33.6
8	11	13	9.5	123.5	-1.2	1.2	15.6
11	14	10	12.5	125	1.8	1.8	18
14	17	8	15.5	124	4.8	4.8	38.4
Average		40		428			112.8
10.7		الانحراف المتوسط	2.82				

$$MD = \frac{\sum |x - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{112.8}{40} = 2.82$$

مزايا وعيوب الانحراف المتوسط

من مزايا الانحراف المتوسط : انه ياخد كل القيم في الاعتبار

ولكن يعاب عليه ما يلي:

- يتاثر بالقيم الشاذة .
- يصعب التعامل معه رياضيا.

التباين

Variance

هو احد مقاييس التشتت ، واكثرها استخداما في النواحي التطبيقية ، ويعبر عـــن متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي.

اولا: التباين في المجتمع (σ^2)

إذا توافر لدينا قراءات عن كل مفردات المجتمع ، ولـــتكن: $x_1, x_2, \ldots, x_N$ ، فإن التباين في المجتمع ، ويرمز له بالرمز σ^2 (سيجما) يحسب باستخدام المعادلة التالية :

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}$$

مثـــال: مصنع لتعبئة المواد الغذائية ، يعمل به 15 عامل ، وكانت عدد سنوات الخـــبرة هؤلاء العمال كما يلي :

5 13 7 14 12 9 6 8 10 13 14 6 11 12 10

بفرض ان هده البيانات تم جمعها عن كل مفردات المجتمع ، فاوجد التباين لعـــدد ســـنوات الخبرة .

X	(X-X~)	(X-X~)^2
5	-5	25
13	3	9
7	-3	9
14	4	16
12	2	4
9	-1	1
6	-4	16
8	-2	4
10	0	0
13	3	9
14	4	16
6	-4	16
11	1	1
12	2	4
10	0	0
SUM	150	130
COUNT	15	
Average	10	
التباين	8.666666667	

$$\sigma^2=\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{N}=\frac{130}{15}=8.67$$

ثانيا: التباين في العينة (s^2)

في كثير من الحالات يكون تباين المجتمع σ^2 غير معلوم، وعندئـــذ يتم سحب عينة من هذا المجتمع ، ويحسب التباين مـــن بيانـــات العينـــة كتقدير لتباين المجتمع ، فإذا كانت قراءات عينة عشوائية حجمها n هي $x_1,x_2,...,x_n$ ، فإن تباين العينة ويرمز له بالرمز s^2 هو:

$$\boxed{s^2=\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n-1}}$$

مثـــال : في المثال السابق ، إذا تم سحب عينة من عمال المـــصنع حجمهـــا 5 عمـــال ، وسجل عدد سنوات الخبرة ، و كانت كالتالي .

8 13 10 5 9

احسب تباين سنوات الخبرة في العينة .

X	(X-X~)	(X-X~)^2
8	-1	1
13	4	16
10	1	1
5	-4	16
9	0	0
SUM	45	34
COUNT	5	
Average	9	
التباين	8.5	

$$s^2=\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{n-1}=\frac{34}{(5-1)}=\frac{34}{4}=8.5$$

الانحراف المعياري

Standard Deviation

عند استخدام التباين كمقياس من مقاييس التشتت، نجد انه يعتمد علي مجمـــوع مربعات الانحرافات، ومن ثم لا يتمشى هذا المقياس مع وحدات قياس المتغير محل الدراسة ، ففي المثال السابق ، نجد ان تباين سنوات الخبرة في العينة 8.5، فليس من المنطق عند تفسير هذه النتيجة ان نقول ، " تباين سنوات الخـــبرة هـــو 8.5 سنة تربيع "، لان وحدات قياس المتغير هو عدد السنوات، من اجل ذلك لجـــا الإحصائيين إلى مقياس منطقي ياخذ في الاعتبار الجذر التربيعي للتباين ، لكـــي يناسب وحدات قياس المتغير، وهذا المقياس هو الانحراف المعياري.

إذا الانحراف المعياري ، هو الجذر التربيعي الموجب للتباين ، اي ان:

$$\boxed{\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\text{التباين}}}$$

في المثال السابق نجد ان الانحراف المعياري لسنوات الخبرة لعمال المـــصنع (المجتمع) ، ويرمز له بالرمز (σ) هو :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}} \qquad \sqrt{8.67} = 2.94$$

في المثال السابق نجد ان

الانحراف المعياري لسنوات الخبرة لعمال العينة ، ويرمز له بالرمز s، هو

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{8.5} = 2.92$$

في حالة البيانات المبوبة

إذا كانت بيانات الظاهرة ، مبوبة في جدول توزيع تكراري ، فإن الانحراف المعياري يحسب بتطبيق المعادلة التالية :

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{n - 1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 f - \frac{\left(\sum xf\right)^2}{n}}{n - 1}}$$

حيث : $\left(n = \sum f\right)$

إعتمادا على الامثلة السابقة نوجد الانحراف المعياري للبيانات المبوبة :

الفئة ١	الفئة ٢	F	X	X.F	(X-X~)^2	F(X-X~)^2
2	5	1	3.5	3.5	51.84	51.84
5	8	8	6.5	52	17.64	141.12
8	11	13	9.5	123.5	1.44	18.72
11	14	10	12.5	125	3.24	32.4
14	17	8	15.5	124	23.04	184.32
Average		40		428		428.4
10.7		التباين	10.984615	$\boxed{3.3143047}$		
				الانحراف المعياري		

مزايا وعيوب الانحراف المعياري

: مميزاته:

١- انه اكثر مقاييس التشتت استخداما .
٢- يسهل التعامل معه رياضيا .
٣- ياخذ كل القيم في الاعتبار .

: عيوبه :

انه يتاثر بالقيم الشاذة .

المتغير المعياري والقيم المعيارية

إذا كان لدينا المتغير X والذى له القيم $x_1, x_2, ..., x_n$ والتى لها المتوسط $\bar{x}$ والانحراف المعيارى s فإن المتغير Z الذى يعطى بالعلاقة:

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}, \qquad i = 1, 2, ..., n$$

حيث Z_i تقيس الانحرافات عن الوسط الحسابى بوحدات من الانحراف المعيارى يسمى " المتغير المعياري" (القيمة المعيارية).

مثال : حصل طالب على ٨٢ درجة فى مادة الإحصاء حيث كان متوسط الدرجات هو ٧٥ درجة وذلك بانحراف معيارى ١٠ درجات ثم حصل على ٨٩ درجة فى مادة الرياضيات بمتوسط درجات ٨١ درجة وانحراف معيارى ١٦ درجة. فى من المقررين كانت درجة استيعاب هذا الطالب أعلى؟

الحل: إذا كانت Z_1 تمثل الدرجة المعيارية للإحصاء فإن:

$$Z_1 = \frac{82 - 75}{10} = 0.7$$

وهذا يدل على أن درجة استيعاب الطالب لمادة الإحصاء أفضل منها لمادة الرياضيات.

الانحراف المعياري	متوسط الدرجات	الدرجة في الاحصاء
10	75	82
الانحراف المعياري	متوسط الدرجات	الدرجة في الرياضيات
16	81	89
الدرجة المعيارية للإحصاء		0.7
الدرجة المعيارية للرياضيات		0.5

مقاييس الالتواء و التفلطح

دوال احصائية

kurtosis — Skewness

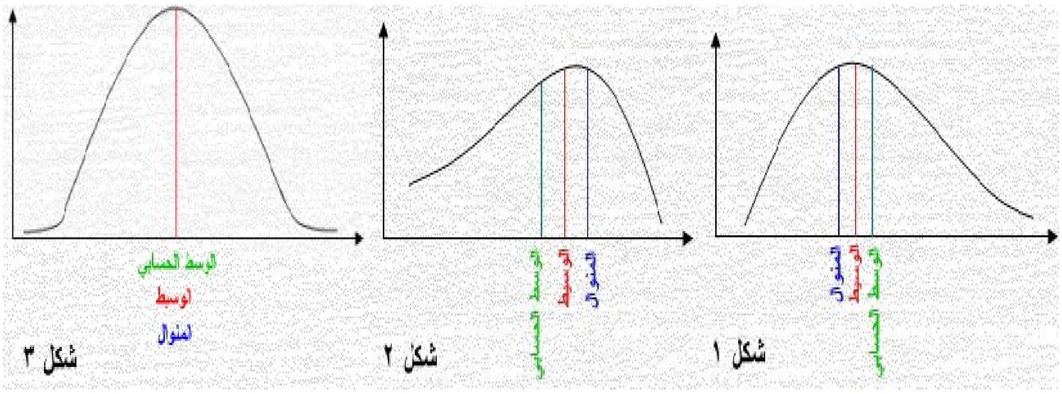
دول اكسل

Kurt() — Skew()

الالتواء

Skewness

يكون التوزيع التكراري ملتوياً نحو اليمين أو موجب الالتواء إذا كان ممتداً أكثر نحو اليمين ، أما إذا كان له طرف ممتد أكثر نحو اليسار فيقال إنه سالب الالتواء أو ملتو نحو اليسار .



حيث يرمز له بالرمز sk كالتالي :

$$sk = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum \left(\frac{x_j - \overline{x}}{s} \right)^3$$

مثل : احسب مقدار الالتواء للبيانات : 2 , 3 , 7 , 4 , 3

((X-X~)/S)^3	(X-X~)^2	X-X~	X
-0.019742167	0.64	-0.8	3
0.000308471	0.04	0.2	4
1.263498707	10.24	3.2	7
-0.019742167	0.64	-0.8	3
-0.224875624	3.24	-1.8	2
0.999447219	14.8	5	COUNT
		19	SUM
		3.8	المتوسط الحسابي
		2.96	الانحراف المعياري
		0.416666667	N/(N-1)(N-2)
		0.416436341	معامل الالتواء

الفلطح

kurtosis

وهو يقيس مقدار التدبب لقمة منحنيات التوزيعات التكرارية بالنسبة لقمة منحنى التوزيع الطبيعي ارتفاعا أو انخفاضا، وتسمى قمة منحنى التوزيع الطبيعي متوسطة التفرطح ومعامل تفرطحه يساوي 3، ويعطى بالعلاقة التالية :

$$\left[\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)}\sum\left(\frac{x_j-\bar{x}}{s}\right)^4\right]-\left[\frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}\right]$$

((X-X~)/S)^4	(X-X~)^2	X-X~	X
0.046749452	0.64	-0.8	3
0.000182615	0.04	0.2	4
11.96785975	10.24	3.2	7
0.046749452	0.64	-0.8	3
1.198137327	3.24	-1.8	2
13.2596786	14.8	5	COUNT
		19	SUM
		3.8	المتوسط الحسابي
	1.720465053	2.96	الانحراف المعياري
		24	(N-1)(N-2)(N-3)
		30	N(N+1)
		48	3(N-1)^2
		6	(N-2)(N-3)
		1.25	N(N+1)/(N-1)(N-2)(I
		16.57459825	الجزء الأول
		8	الجزء الثاني
		2.607742878	معامل التفلطح
		2.607742878	التأكد بالدالة