تعاريف أساسية

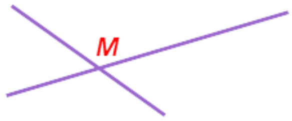
المستقيم:

هو مجموعة النقط غير المنتهية من المستوي والتي تحقق خاصية هي أنها على استقامة واحدة

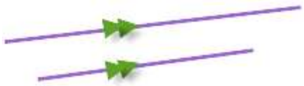
وهو غير محدود من الجهتين (لا بداية له ولا نهاية).

يرمز له بعد تعيين نقطتين عليه A ,B بالرمز: $\overleftrightarrow{AB}$ أو (AB)

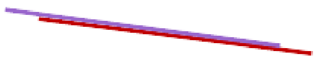
أوضاع مستقيمين:



1- المستقيمين المتقاطعين: اذا اشتركا بنقطة واحدة **فقط**



2- المستقيمين المتوازيين: اذا كانا في مستو واحد ولا يشتركان بأي نقطة

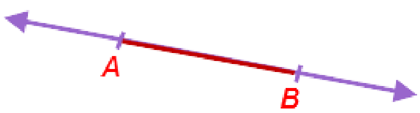


3- المستقيمين المنطبقين: إذا كانا يشتركان في أكثر من نقطة

(الانطباق حالة من التوازي)

القطعة المستقيمة:

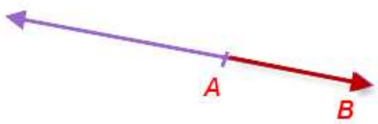
هي جزء من مستقيم محدود بنقطيتن أي أنّ لها بداية ولها نهاية.



ويرمز لها بالرمز $[AB]$ أو $\overline{AB}$

نصف المستقيم:

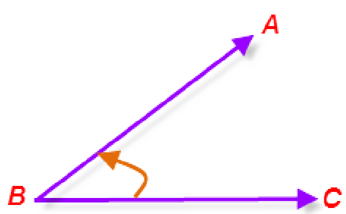
هي جزء من مستقيم محدود بنقطة، أي أنّ لها بداية وليس لها نهاية.



ويرمز لها بالرمز $[AB)$

الزاوية:

هي اتحاد نصفي مستقيمين لهما نفس نقطة البداية

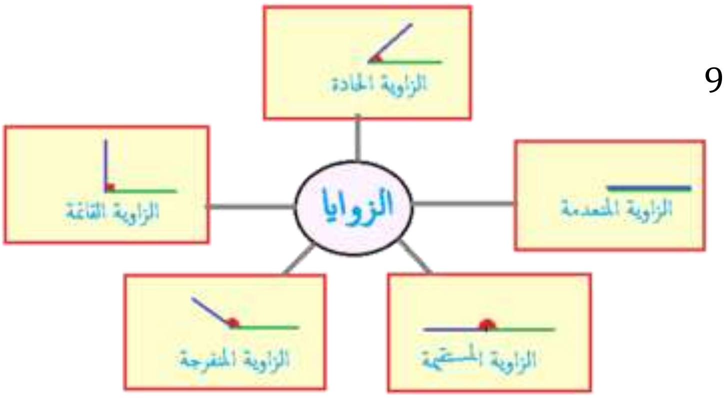


وتقرأ: $A\hat{B}C$ أو $C\hat{B}A$ أو $\hat{B}$

والنقطة B تسمى رأس الزاوية

ونصفا المستقيمين $[AB)$ و $[CB)$ ضلعا الزاوية

أنواع الزوايا:



1) الزاوية الحادة: قياسها (بالدرجات) بين 0° و 90°

2) الزاوية القائمة: قياسها يساوي 90°

3) الزاوية المنفرجة: قياسها بين 90° و 180°

4) الزاوية المستقيمة: قياسها يساوي 180°

5) الزاوية المنعدمة: قياسها يساوي 0°

ملاحظات:

- نسمي المستقيمان اللذان قياس الزاوية بينهما قائمة بالمستقيمين المتعامدين

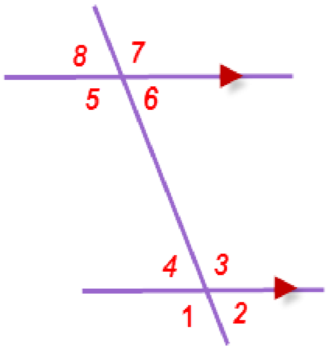
- نسمي المستقيمان اللذان قياس الزاوية بينهما منعدمة بالمستقيمين المنطبقين

أوضاع زاويتين:

الزاويتان المتتامتان: هما زاويتان مجموعهما 90°

الزاويتان المتكاملتان: هما زاويتان مجموعهما 180°

إذا تقاطع مستقيم و مستقيمين متوازيين:



الزاويتين المتبادلتين داخلاً: هما زاويتين واقعتين في جهتين مختلفتين بالنسبة إلى القاطع وبين المستقيمين المتوازيين وغير متجاورتين.

مثال: الزاويتين $\hat{3} = \hat{5}$ و $\hat{4} = \hat{6}$

الزاويتين المتناظرتين: هما كل زاويتين تقعان في جهة واحدة بالنسبة إلى القاطع وغير متجاورتين وإحداهما فقط تقع خارج المنطقة المحددة بالمستقيمين المتقاطعين

مثال: الزاويتين $\hat{4} = \hat{8}$ و $\hat{2} = \hat{6}$

الزاويتان الداخليتان: هما زاويتان واقعتان في جهة واحدة بالنسبة إلى القاطع وبين المستقيمين المتوازيين

مثال: الزاويتين $\hat{4} = \hat{5}$ و $\hat{3} = \hat{6}$

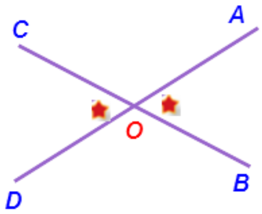
في حال تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين:

1- الزويا المتبادلة داخلاً متساوية

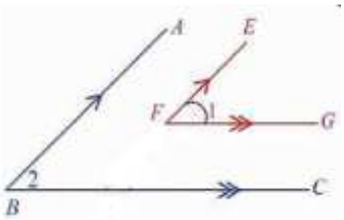
2- الزاويا المتناظرة متساوية

3- كل زاويتين داخليتين متكاملتين

مبرهنات هامة في الزوايا

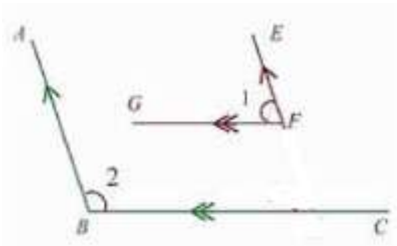


- الزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان، مثال: $A\hat{O}B = C\hat{O}D$ و $A\hat{O}C = B\hat{O}D$
- الزاويتان ذواتا الأضلاع المتوازية مثنى ومن نوع واحد متساويتان



مثال: $\hat{1} = \hat{2}$

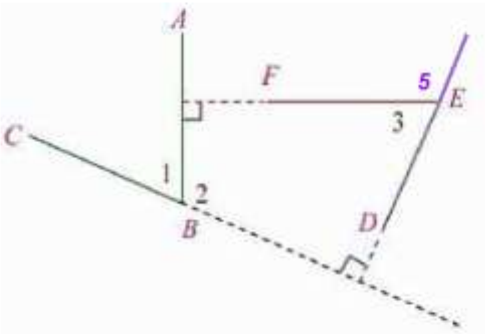
- الزاويتان ذواتا الأضلاع المتوازية مثنى ومن نوعين مختلفتين متكاملتين



مثال: $\hat{2} , \hat{1}$ متكاملتين

- الزاويتان ذواتا الأضلاع المتعامدة مثنى ومن نوع واحد متساويتان

مثال: $\hat{1} = \hat{3}$



- الزاويتان ذواتا الأضلاع المتعامدة مثنى ومن نوعين مختلفتين متكاملتين

مثال: $\hat{5}$ و $\hat{1}$ متكاملتين

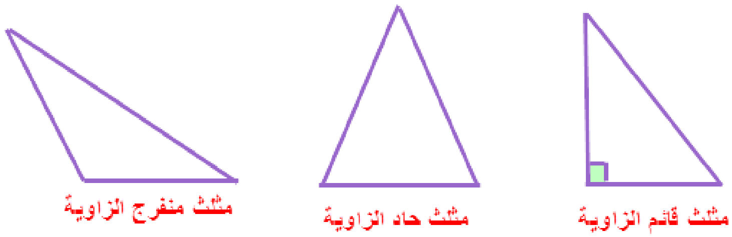
مبرهنة هامة تفيد في اثبات توازي مستقيمين:

إذا قطع مستقيم مستقيمين ونتج عن تقاطعهما زاويتان متبادلتان داخلاً متساويتان (أو زاويتان متناظرتان متساويتان أو زاويتان داخليتان متكاملتان) كان المستقيمان متوازيان

المثلث

تصنيف المثلثات:

بحسب الزوايا: المثلث قائم الزاوية – المثلث حاد الزوايا – المثلث منفرج الزاوية



بحسب الأضلاع: المثلث متساوي الساقين – متساوي الأضلاع – مختلف الأضلاع

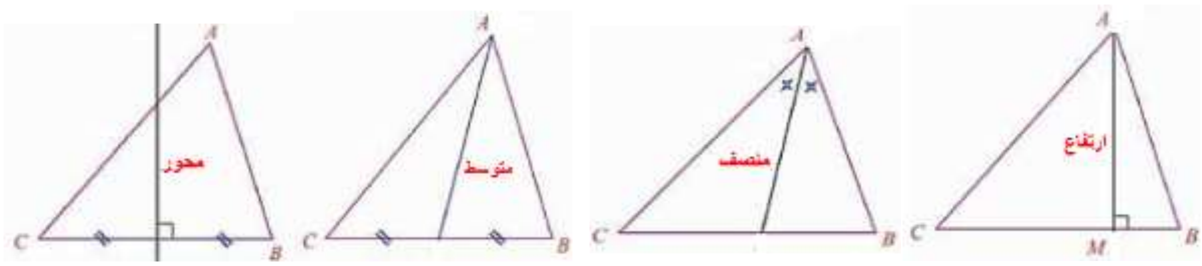
الخطوط الأساسية في المثلث:

الارتفاع: هو طول العمود المرسوم من أحد رؤوس المثلث على الضلع المقابلة لهذا الرأس

المنصف: هو المستقيم الذي يقسم زاوية احد رؤوس المثلث إلى زاويتين متساويتين

المتوسط: هو المستقيم الذي يمر من أحد رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابلة له

المحور: هو المستقيم العمود على أحد أضلاع المثلث في منتصفه



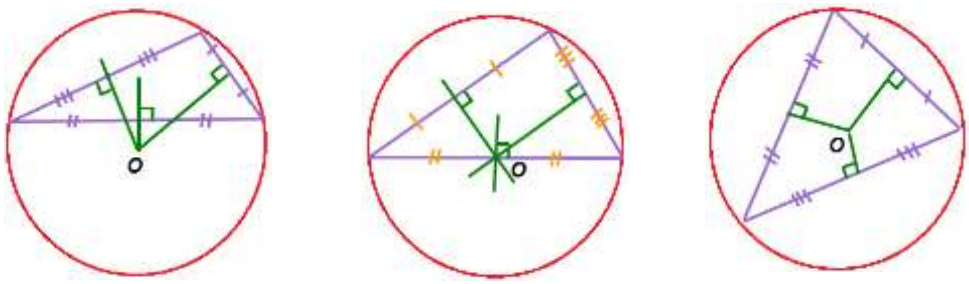
في أي مثلث:

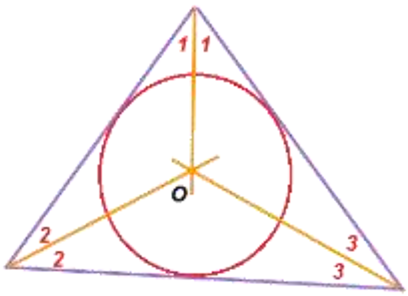
- مجموع قياسات زوايا أي مثلث 180°
- محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه
- مساحة المثلث = نصف جداء القاعدة في الارتفاع المتعلق بها

- الارتفاعات (المتوسطات)(المنصفات)(المحاور) في مثلث تلتقي في نقطة واحدة:

1) نقطة تلاقي المحاور هي مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث، هذه النقطة:

- تقع في داخل المثلث اذا كان المثلث حاد الزوايا
- وتقع في منتصف الوتر إذا كان المثلث قائم الزاوية
- و تقع خارج المثلث إذا كان المثلث منفرج الزاوية



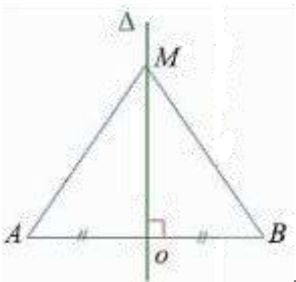


2) نقطة تلاقي المنصفات هي مركز الدائرة الماسة لأضلاع المثلث داخلاً

3) نقطة تلاقي المتوسطات هي مركز ثقل المثلث:

(يبعد مركز ثقل المثلث عن كل رأس ضعفي بعده

عن منتصف الضلع المقابلة لهذا الرأس)



- كل نقطة من محور القطعة المستقيمة متساوية البعد عن طرفيها

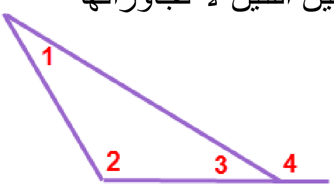
(محور قطعة مستقيمة: هو المستقيم العمود عليها في منتصفها)

- كل نقطة متساوية البعد عن طرفي قطعة مستقيمة تقع على محور تلك القطعة

- اذا اختلف في مثلث طولا ضلعين اختلف قياسا الزاويتين المقابلتين لهما وكانت الزاوية الاكبر تقابل الضلع الأطول.

- قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين اللتين لا تجاورانها

مثال: $\hat{4} = \hat{1} + \hat{2}$

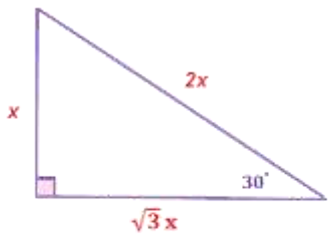


خواص أهم المثلثات

المثلث القائم الزاوية:

أهم المبرهنات المتعلقة بالمثلث القائم (ضمن منهاج الصف التاسع):

- مبرهنة فيثاغورث: مجموع مربعي طولي الضلعين القائمتين يساوي مربع طول الوتر
  (لحساب طول ضلع في المثلث علم طولا ضلعيه الباقيتين)
- عكس مبرهنة فيثاغورث: إذا كان مجموع مربعي طولي ضلعين في مثلث مساويا مربع طول الضلع الثالثة فإن المثلث قائم الزاوية وتره تلك الضلع **(لإثبات أن المثلث قائم)**
- طول الضلع المقابلة للزاوية 30° يساوي نصف طول الوتر
- (العكس): إذا كان طول الضلع القائمة يساوي إلى نصف طول الوتر
  فإن قياس الزاوية الحادة المقابلة لهذه الضلع تساوي 30°

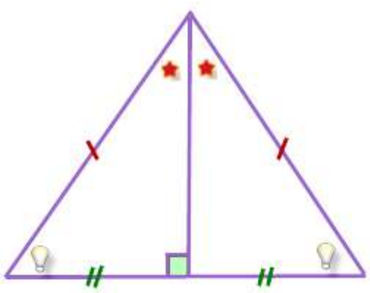


- الخط المتوسط المتعلق بالوتر يساوي إلى نصف طول الوتر
  (لحساب طول المتوسط)
- **(العكس لإثبات أن المثلث قائم):** اذا كان طول المتوسط المتعلق بضلع في مثلث مساوياً نصف طول تلك الضلع كان المثلث قائماً وتره تلك الضلع
- وتر المثلث القائم قطر للدائرة المارة برؤوسه **(مركزها منتصف هذا الوتر)**

(إذا كانت احدى أضلاع المثلث قطر في دائرة كان هذا المثلث قائم وتره تلك الضلع)

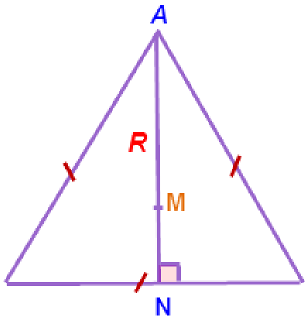
- **محيطه =** مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة
- **مساحته =** نصف جداء طولي ضلعيه القائمتين

المثلث المتساوي الساقين:



فيه ضلعان طبوقان نسميهما ساقين والضلع الثالثة: قاعدة ، خواصه:

- زاويتا القاعدة متساويتان
- الارتفاع المتعلق بالقاعدة هو متوسط و منصف ومحور بآن معاً
- إذا كان الارتفاع في مثلث هو منصف أو متوسط كان المثلث متساوي الساقين



المثلث المتساوي الأضلاع:

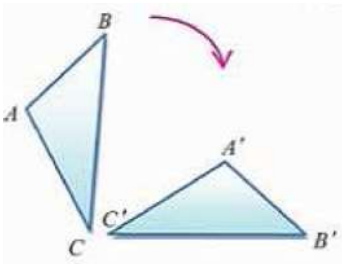
هو مثلث تساوت أطوال أضلاعه وتساوت قياس زواياه، **فيه:**

- زواياه متساوية قياس كل منها 60°
- كل ارتفاع فيه هو منصف و متوسط ومحور بآن معاً
- إذا كان المثلث متساوي الساقين وقياس إحدى زواياه 60° كان هذا المثلث متساوي الأضلاع
- ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع: $AN = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (حيث a طول الضلع)
- نصف قطر الدائرة المارة من رؤوسه (R) يساوي إلى $\frac{2}{3}$ من طول الارتفاع : $AM = R = \frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}$

  (مركز الدائرة المارة برؤوسه هي نقطة تلاقي محاور أضلاعه)
- محيطه = 3 × طول ضلعه و مساحته = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

تطابق المثلثات

تعريف: يتطابق مثلثين اذا تساوت عناصر أحدهما مع العناصر المقابلة من المثلث الآخر



(عناصر مثلث هي ستة: أطوال أضلاعه وقياسات زواياه)

ملاحظة: تطابق الزوايا ليس مقياس بل هو نتيجة من التطابق

حالات التطابق:

- يتطابق مثلثان إذا تساوت أضلاع المثلث الأول مع أطوال أضلاع المثلث الآخر
- يتطابق مثلثان إذا تساوى طولا ضلعين والزاوية المحصورة بينهما من الأول مع مقابلاتهما في الثاني
- يتطابق مثلثان إذا تساوى طول ضلع وقياسا الزاويتين المجاورتين لهذا الضلع من الأول مع مقابلاتها في المثلث الآخر

حالة خاصة: تطابق المثلثين القائمين:

- يتطابق مثلثان كل منهما قائم الزاوية إذا تطابق وتر وضلع قائمة من أحدهما مع مقابلاتهما من الآخر
- يتطابق مثلثان كل منهما قائم الزاوية إذا تطابق وتر وزاوية حادة من أحدهما مع مقابلاتهما من الآخر

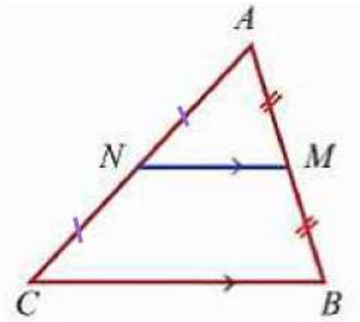
الفائدة من تطابق المثلثات:

- إثبات تساوي الأطوال
- إثبات تساوي الزوايا

مبرهنة منتصفي الضلعين:

- المستقيم الذي يوازي ضلعا في مثلث ويمر من منتصف ضلع أخرى يمر أيضا من منتصف الضلع الثالثة
- (العكس): المستقيم المار بمنتصفي ضلعين في مثلث يوازي الضلع الثالثة ويساوي نصف طولها

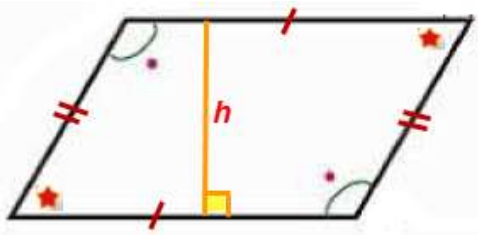
كيف نستفيد من مبرهنتي منتصفي الضلعين ؟



- إثبات توازي مستقيمين
- إثبات أن نقطة تقع في منتصف قطعة مستقيمة
- حساب الأطوال

أهم الأشكال الهندسية وخواصها

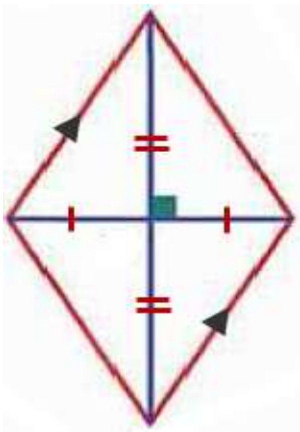
متوازي الأضلاع:



شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين، خواصه:

- كل ضلعين متقابلين طبوقين وكل زاويتين متقابلتين طبوقتين
- كل زاويتين متتاليتين متكاملتين
- قطراه متناصفان (ولكنه غير قابل للارتسام في دائرة)
- نقطة تلاقي قطريه هي مركز تناظر له
- محيطه = مجموع قياسات أطوال أضلاعه
- مساحته = طول قاعدة في الارتفاع المتعلق بها

المعين:



هو متوازي أضلاع (له خواص متوازي الأضلاع) أضلاعه طبوقة، خواصه:

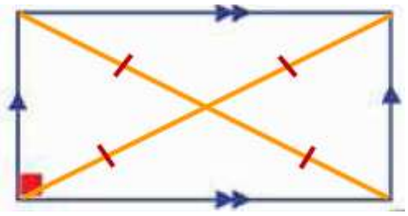
- قطراه متناصفان و متعامدان (غير متساويان)
- كل قطر في المعين يقسم المعين إلى مثلثين طبوقين

(قطرا المعين يقسمانه إلى 4 مثلثات طبوقة)

- كل قطر ينصف الزاويتين المار برأسيهما
- لا يمر من رؤوسه دائرة، ولكن يمكن رسم دائرة تمس أضلاعه داخلاً
- المعين متناظر بالنسبة لنقطة تلاقي قطريه وبالنسبة لأي قطر فيه
- محيطه = 4 × طول ضلعه
- مساحته = نصف جداء قطريه

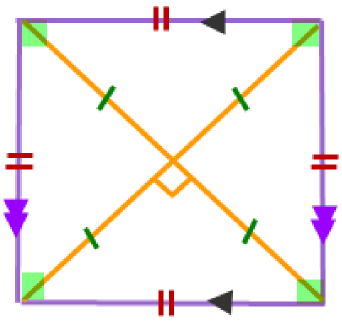
المستطيل:

هو متوازي أضلاع (له خواص متوازي الأضلاع) إحدى زواياه قائمة، خواصه:



- زواياه الأربع قائمة
- قطرا المستطيل متناصفان و طبوقان (غير متعامدان)
- قابل للارتسام في دائرة مركزها نقطة تلاقي قطريه
- المستطيل متناظر بالنسبة لمحور أي ضلع فيه
- محيطه = 2 (الطول + العرض)
- مساحته = الطول × العرض

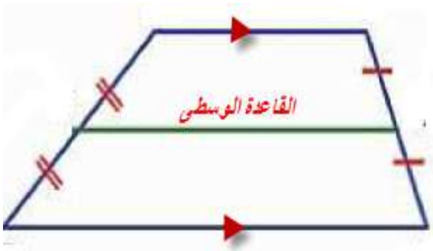
المربع:



هو مستطيل تساوى بعداه (له خواص المستطيل)، يضاف إليها:

- قطراه متعامدان
- طول ضلعه = $R\sqrt{2}$ وَ طول قطره = $a\sqrt{2}$ (حيث a طول الضلع)
- محيطه = $4\,a$ و مساحته = الضلع × الضلع = a^2

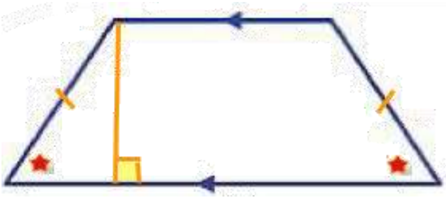
شبه المنحرف:



هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط من أضلاعه المتقابلة متوازيان

(ندعو الضلعين الجانبيين الغير متوازيتين بالساقين)، فيه:

- القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي الضلعين المائلتين تدعى القاعدة الوسطى وطولها يساوي إلى نصف مجموع القاعدتين



حالتان خاصتان

1) إذا تساوى طولا الساقين دعي شبه منحرف متساوي الساقين

ويكون زاويتي كل من قاعدتيه متساويتين وقطراه متساويي الطول.

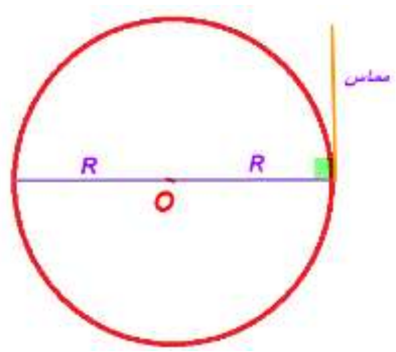
2) إذا كان أحد الضلعان المائلان عمودي على القاعدتين دعي شبه منحرف قائم

- محيط شبه المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه
- مساحته = نصف (مجموع القاعدتين) × (الارتفاع) = (القاعدة الوسطى) ×(الارتفاع)

الدائرة:

تعريف: هي مجموعة النقاط التي تبعد عن نقطة ثابتة (تسمى المركز) بعداً ثابتاً (يساوي نصف القطر)

معلومات عن الدائرة:



- من ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر دائرة واحدة فقط
- مركز الدائرة هو مركز تناظر لها و قطر الدائرة محور تناظر لها
- مركز الدائرة المارة برؤوس مثلث هي نقطة تلاقي محاوره
- مركز الدائرة المارة بنقطة يقع على محور تلك النقطة في منتصفها
- المماس للدائرة عمودي على نصف قطرها في نقطة التماس
- اذا اختلف طولا وترين في دائرة اختلف بعدا المركز عنهما ويكون الوتر الاقرب الى المركز هو الأطول
- محيط الدائرة = $2\pi R$ ، مساحة الدائرة = πR^2 (حيث R نصف القطر)

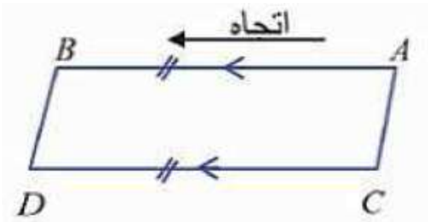
تعامد وتوازي مستقيمين:

- العمودان على مستقيم واحد متوازيان
- المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان
- المستقيم القاطع لأحد مستقيمين متوازيين يقطع الآخر
- العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر

التحويلات الهندسية

الانسحاب:

الانسحاب ينقل كل نقطة في المستوي المسافة ذاتها بالاتجاه ذاته



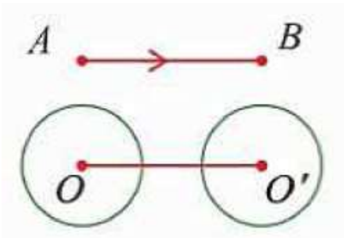
مثال: في الشكل المجاور

- إن النقطة B صورة النقطة A وفق الانسحاب من A إلى B
- إن النقطة D صورة النقطة C وفق الانسحاب من C إلى D
- إن القطعة المستقيمة BD صورة القطعة المستقيمة AC وفق الانسحاب من A إلى B

- الانسحاب يحافظ على الأطوال $(AC = BD)$
- صورة مستقيم وفق انسحاب هي مستقيم يوازيه

(لرسم صورة مستقيم وفق انسحاب يكفي رسم صورة نقطة منه، ثم نرسم منها موازياً للمستقيم)

(لرسم صورة نصف مستقيم نرسم صورة بدايته، ثم نرسم منها نصف مستقيم موازياً له وبالجهة نفسها)



- صورة الدائرة $C(O,R)$ وفق انسحاب من A إلى B

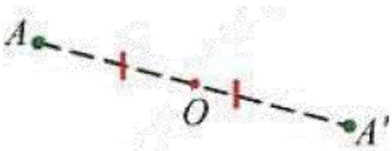
هي الدائرة $C'(O',R)$ حيث:

نكتفي برسم صورة مركزها، ولهما نفس نصف القطر

الانعكاس:

الانعكاس في نقطة:

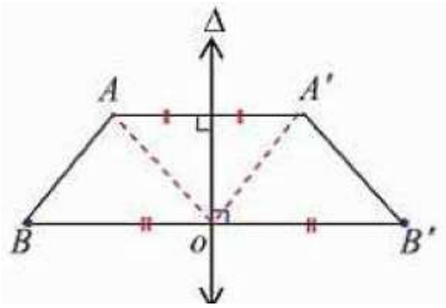
ندعو النقطة A' انعكاساً للنقطة بالنسبة إلى النقطة O عندما تكون: O منتصف $\overline{AA'}$



وصورة O هي O ذاتها في هذا الانعكاس

الانعكاس على محور:

الانعكاس على محور Δ يعين لكل نقطة A من المستوي غير واقعه على المحور Δ صورة A' بحيث يكون Δ محور AA' ، وصورة كل نقطة من المحور Δ هي نفسها



مثال: في الشكل المجاور

- إن النقطة A' صورة النقطة A بالانعكاس على المحور Δ
- إن النقطة B' صورة النقطة B بالانعكاس على المحور Δ
- صورة النقطة O بالانعكاس على المحور Δ هي نفسها النقطة O
- إن القطعة المستقيمة $A'B'$ صورة القطعة المستقيمة AB بالانعكاس على المحور Δ
- إن المثلث $A'OB'$ صورة المثلث AOB بالانعكاس على المحور Δ

(لايجاد صورة أي مضلع وفق انعكاس نوجد صورة كل نقطة من نقاطه)

- الانعكاس يحافظ على الأطوال $(A'B' = AB)$ وبالتالي الشكل ينطبق على صورته
- الانعكاس يحافظ على التوازي
- الانعكاس في مستوي الاحداثيات:

- بالانعكاس في محور التراتيب صورة النقطة $M(x, y)$ هي النقطة $M(-x, y)$
- بالانعكاس في محور الفواصل صورة النقطة $M(x, y)$ هي النقطة $M(x, -y)$
- بالانعكاس في مبدأ الاحداثيات صورة النقطة $M(x, y)$ هي النقطة $M(-x, -y)$

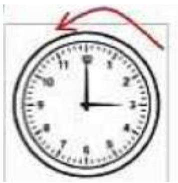
- يكون للشكل محور تناظر إذا كانت صورته بالانعكاس وفق هذا المحور هي الشكل ذاته

مثال: للمعين محورا تناظر (هما المستقيمان الحاملان لقطريه)

- يكون الشكل متناظراً بالنسبة في نقطة إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه، وندعو هذه النقطة (مركز تناظر الشكل)

مثال: مركز الدائرة مركز تناظر لها والمربع متناظر بالنسبة إلى نقطة تقاطع قطريه

الدوران:



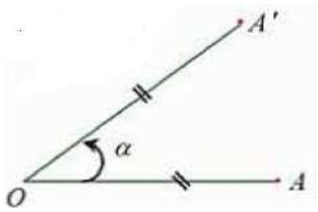
إذا كانت O نقطة ثابتة في المستوي وكان α قياس زاوية

فالدوران الذي مركزه O وزاويته α واتجاهه بعكس جهة دوران عقارب الساعة

ينقل كل نقطة A المختلفة عن O إلى النقطة A'

بحيث: $OA = OA'$ وَ $A\hat{O}A' = \alpha$

وصورة النقطة O وفق هذا الدوران هي O ذاتها



ملاحظة: الدوران بعكس جهة دوران عقارب الساعة يسمى دوران مباشر

و الدوران بجهة دوران عقارب الساعة يسمى دوران غير مباشر

- الدوران يحافظ على الأطوال والتوازي وقياس الزوايا
- التناظر الدوراني: اذا تطابق شكل مع صورته وفق دوران زاويته أقل من 360° نقول إن له تناظر دوراني

مثال: للمثلث المتساوي الأضلاع تناظر دوراني زاويته 120°

قوانين المحيط والمساحة لبعض الأشكال الهندسية

الشكل	المحيط (P)	المساحة (S)	ملاحظات
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{1}{2}$ (القاعدة × الارتفاع)	يصلح لأي مثلث
المثلث قائم الزاوية	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{1}{2}$ (جداء ضلعيه القائمتين)	
المثلث متساوي الأضلاع	$3a$	$\frac{\sqrt{3}\,a^2}{4}$	a : طول ضلع المثلث $\frac{a\sqrt{3}}{2}$: ارتفاع المثلث
المربع	$4a$	a^2	a: طول ضلع المربع
المستطيل	2 × (الطول+العرض)	الطول × العرض	
المعين	$4a$	$\frac{1}{2}$ (جداء قطريه)	a: طول ضلع المعين
متوازي الأضلاع	مجموع أطوال أضلاعه	القاعدة × الارتفاع المتعلق بها	
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{1}{2}$ (مجموع القاعدتين × الارتفاع)	القاعدة الوسطى= $\frac{1}{2}$ (مجموع القاعدتين)
أي شكل رباعي	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{1}{2}$ (جداء القطرين × $\sin\theta$)	θ : الزاوية بين القطرين
الدائرة	$2\pi R$	πR^2	R: نصف قطر الدائرة

لاثبات أن الشكل:

المثلث قائم الزاوية (الزاوية قائمة) (الضلعان متعامدان)	• اذا تحققت مبرهنة عكس فيثاغورس • اذا كانت ضلعاه القائمتان أحداهما مماس والأخرى نصف قطر في دائرة • اذا كان طول المتوسط المتعلق بضلع يساوي نصف طول تلك الضلع • اذا كان ضلعاه القائمتان يشكلان زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة • إذا كانت احدى أضلاع المثلث قطر في دائرة (وتره تلك الضلع) • إذا كان مستقيم عمودي على أحدهما ويوازي الآخر • إذا كان الضلعان حاملين قطري معين (أو مربع) • إذا كانت الزاوية محصورة بين ضلعي مستطيل (أو مربع) • اذا كان الضلعان صورتين لمستقيمين متعامدين (أو بإزاحة أو تحاك) • تكون الزاوية θ قائمة إذا كان $\sin\theta = 1$ أو: $COS\theta = 0$ • اذا كان المستقيم مار بمركز دائرة ومنتصف وتر فيها
المثلث متساوي الساقين	• اذا كان فيه ضلعان متساويان • اذا كان فيه زاويتان متساويتان • إذا كان الارتفاع في مثلث هو منصف أو متوسط
المثلث متساوي الأضلاع	• اذا كانت أضلاعه الثلاثة طبوقة • اذا كانت زواياه الثلاثة طبوقة • اذا كان المثلث متساوي الساقين و إحدى زواياه قياسها 60°
متوازي الأضلاع	• اذا توازى كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي • اذا تساوى طولا كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي • إذا تناصفا قطرا شكل رباعي • إذا تسايرت ضلعان متقابلان في رباعي • إذا تساوت كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي
المستطيل	• إذا كانت كل من زوايا الشكل الرباعي قائمة • إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة • إذا تساوى طولا قطري متوازي الأضلاع كان مستطيل

المعين	• إذا تساوت أطوال شكل رباعي • اذا كان متوازي أضلاع وتعامد قطراه • إذا كان متوازي أضلاع وتساوى طولا ضلعين متجاورين فيه
المربع	• معين احدى زواياه قائمة • مستطيل ومعين بنفس الوقت
شبه المنحرف	• شكل رباعي فيه ضلعان **فقط** متوازيان
	• اذا تساوت زاويتي القاعدة كان شبه منحرف متساوي الساقين • اذا تساوا طولي الضلعين المائلين كان شبه المنحرف متساوي الساقين
	• اذا كان أحد الضلعين المائلين عمود على القاعدة كان شبه منحرف قائم

لإثبات أن:

الزاويتين متكاملتين	• أي زاويتين مجموع قياسيهما 180° • زاويتان متجاورتان في متوازي أضلاع • الزاويتان ذواتا الأضلاع المتوازية مثنى ومن نوعين مختلفتين • الزاويتان ذواتا الأضلاع المتعامدة مثنى ومن نوعين مختلفتين • الزاوية الداخلية و الخارجية عند رأس • زاويتان متقابلتان في رباعي دائري (الرباعي الدائري يقبل دائرة تمر من رؤوسه)

المستقيمين متوازيين في مثلث	• اذا كان أحدهما يمر من منتصفي ضلعين والآخر حامل للضلع الثالثة في مثلث • اذا تحققت عكس مبرهنة تالس في المثلث • عمودان على مستقيم واحد • يكون المستقيمان موازيان لمستقيم ثالث • اذا حدد الضلعين زوايتين متبادلتين داخلا متساويتين (أو متناظرتين) أو زاويتين داخليتين متكاملتين • أحدهما صورة الآخر بازاحة (متماثلتين بتحاك)
المستقيمين متوازيين	• اذا تحققت مبرهنة عكس تالس • إذا قطع مستقيم مستقيمين ونتج عن تقاطعهما زاويتان متبادلتان داخلاً متساويتان (أو زاويتان متناظرتان متساويتان أو زاويتان داخليتان متكاملتان) • ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع (وأي شكل يحقق خواصه) • اذا كان الضلعان هما ضلعي شبه المنحرف المتوازيين (فقط)
الزاويتين طبوقتين	• متقابلتين بالرأس • محددتان بمنصف زاوية • زاويتا القاعدة لمثلث متساوي الساقين (أو متساوي الأضلاع) • متناظرتان (مكونتان بمستقيمين متوازيين وقاطع) • متبادلتين داخلاً (مكونتان بمستقيمين متوازيين وقاطع) • زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع (وكل شكل رباعي يحقق تعريف متوازي الأضلاع) • زاويتا القاعدة في شبه المنحرف متساوي الساقين • زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس في دائرة • زاويتان محيطية ومماسية تشتركان بنفس القوس • زاويتان متقابلتان في مثلثان متشابهان • إحداهما صورة الأخرى بإزاحة (أو بتحاك)

تم بعون الله