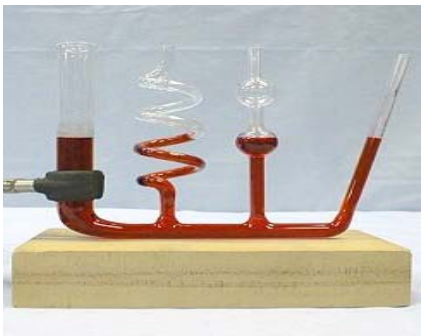
الفصل الحادي عشر

السوائل

(Liquids)



1-11 تمهيد:

تصنف الأجسام في الطبيعة إلى ثلاثة أنواع: **صلبة وسائلة وغازية** بحسب القوى التي تربط بين ذراتها وجزيئاتها. فهي **صلبة** *(solid)* إذا كانت هذه القوى كبيرة بحيث تبقي مكونات الجسم ثابتة في مكانها، أي أن المسافة بين أي ذرتين أو جزيئين لاتتغير ولذلك يبقى شكل وحجم الجسم كما هو طالما أننا لانؤثر عليه بعوامل خارجية تغير القوى الداخلية بينها بشكل جوهري كأن نسحقه أو نسخنه. وأما **السوائل** *(liquids)* فتتصف بأن القوى بين ذراتها وجزيئاتها ضعيفة نسبيا بحيث تستطيع هذه الجسيمات أن تتحرك ببعض الحرية داخل الجسم فيتغير شكله بحسب الإناء الذي يوضع فيه مع المحافظة على حجمه، إذ أن لترا من الماء سيبقى لترا سواء وضعناه في إناء اسطواني أو علبة مكعبة، إلا أنه يأخذ شكل الوعاء الموضوع فيه. وأما **الغازات** *(gases)* فتتميز بأن القوى بين ذراتها وجزيئاتها ضعيفة جدا بحيث أنها تتحرك بحرية تامة تقريبا غير متأثرة ببقية الذرات والجسيمات حولها تقريبا. ولذلك لايأخذ الغاز شكلا محددا بل يحتل الحيز الموجود فيه كليا، أي أنه إذا وضعنا كمية من الأوكسجين في زجاجة صغيرة أو اسطوانة كبيرة فإنها ستحتل كل الحجم المتاح لها. فمايميز الأجسام عن بعضها إذا هي قابليتها للتغير في الشكل والحجم تحت تأثير القوى بين الذرية أو بين الجزيئية الموجودة فيها. ولذلك سندرس خواص المرونة *(elasticity)* للمادة ثم ندرس حركة وتحريك السوائل وما يؤثر عليها من لزوجة وقوى توتر سطحي وغيرها.

2-11 المرونة *(Elasticity)*

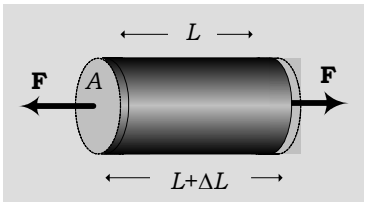
تتأثر كل مادة بأي مؤثر خارجي يطبق عليها بحسب طبيعتها وتركيبها الذري والجزيئي، فقد تتشوه عند ضغطها أو تميع وتتبخر عند تسخينها، وغير ذلك من التغيرات. إلا أننا سنعتبر في هذا الفصل مرونة الأجسام، أي مايحدث لها عند تعرضها لضغط أو مؤثر خارجي. فإذا سحبنا أو ضغطنا جسما فإنه يتشوه (كأن يزداد طوله أو يتقاص حجمه) ولكن إذا عاد إلى شكله الأصلي بعد زوال الضغط فإننا نقول إنه مرن وإن لم يحدث ذلك فالتشوه دائم والجسم غير مرن. ونسمي العامل المرتبط بالقوة التي تحاول تشويه الجسم **الإجهاد** *(stress)*، كما نسمي مايحصل للجسم نتيجة ذلك **الانفعال** *(strain)*. وبالطبع فإن الانفعال يتناسب طردا مع الإجهاد ويعتمد هذا التناسب على طبيعة الجسم الخاضع للإجهاد (لأنه إذا أجهد شخص فإنه ينفعل بحسب طبيعته).

ونعرف **معامل المرونة** *(elastic modulus)* لأي جسم بالعلاقة:

$$\text{معامل المرونة} = \frac{\text{الإجهاد}}{\text{الانفعال}} \qquad (1\text{-}11)$$

وتصنف مرونة الأجسام لثلاثة أنواع:

1- مرونة الطول: وتمثل مقدار الاستطالة النسبية لجسم عند شده. ويسمى معامل المرونة في هذه الحالة **معامل يانغ** *(Young Modulus)*.



الشكل (1-11)

فإذا طبقنا قوة **F** على طرفي جسم ما طوله L ومساحة مقطعه A فإن قوى الترابط بين ذراته تحاول مجابهة هذه القوة فيستطيل الجسم (وكأنه زنبرك) بمقدار ΔL، كما في الشكل (1-11)، إلى أن تتساوى القوة الخارجية وقوى الترابط الذري. ونعرف **إجهاد الطول** *(tensile stress)* عندئذ بالعلاقة:

$$\text{إجهاد الطول} = \frac{F}{A} \qquad (2\text{-}11)$$

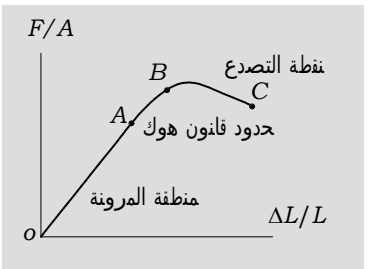
كما نعرف **انفعال الطول** *(tensile strain)* بالزيادة النسبية في طول الجسم، أي:

$$\text{انفعال الطول} = \frac{\Delta L}{L} \qquad (3\text{-}11)$$

ومن ثم نعرف **معامل يانغ** للمرونة Y الذي يدل على مدى صلابة الجسم تجاه الاستطالة الطولية بالعلاقة:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} \qquad (4\text{-}11)$$

ونلاحظ من العلاقة السابقة أن وحدة Y هي N/m^2 وهي نفس وحدة الضغط، كما سنرى بعد قليل، ويطلق عليها في نظام الوحدات الدولي اسم **باسكال** *(Pascal)* ويرمز لها بـ Pa، أي أن $1\ Pa = 1\ N/m^2$. ونعطي في الجدول 11-1 قيم معامل يانغ لبعض المواد شائعة الاستعمال.



الشكل (11-2)

ويوضح الشكل (11-2) تغير الإجهاد مع الانفعال لجسم ونلاحظ منه أن هناك ثلاث مناطق متميزة هي: **منطقة المرونة** بين النقطتين O وA وتتميز أن استطالة الجسم تتناسب خطيا مع القوة بحيث يعود لحالته عندما يزول تأثيرها عنه، ونقول إن الجسم يتبع قانون هوك في المرونة فيها. وتقع المنطقة الثانية بين A وB حيث نلاحظ أن استطالة الجسم تتناسب طردا مع القوة المؤثرة عليه إلا أنه لايعود لطوله الأصلي إذا زال تأثيرها عنه بل يستطيل بشكل دائم ونقول إنه تشوه. وإذا صار الإجهاد كبيرا جدا بحيث يتجاوز **نقطة التصدع** C فإن الجسم ينشطر لقسمين أو أكثر.

مثل 11-1

يعلق جسم كتلته 0.25 kg بنهاية سلك فولاذي طوله 3 m ومساحة مقطعه $0.15\ m^2$. ما استطالته؟

الحل: نحسب أولا الوزن المحمول بالسلك فنجد:

$$F = w = (500\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 4900\ \text{N}$$

ثم نحسب إجهاد الطول:

$$\frac{F}{A} = \frac{4900\ \text{N}}{0.15\times10^{-4}\ \text{m}^2} = 3.3\times10^{8}\ \text{N/m}^2$$

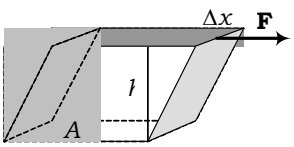
ونستخدم معامل يانغ من الجدول 11-1 لحساب الانفعال فنكتب:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} \quad\Rightarrow\quad \frac{\Delta L}{L} = \frac{F/A}{Y} = \frac{3.3\times10^{8}\ \text{N/m}^2}{2.0\times10^{11}\ \text{N/m}^2} = 1.6\times10^{-3}$$

أي أن مقدار استطالة السلك هي:

$$\Delta L = (3\ \text{m})(1.6\times10^{-3}) = 4.8\ \text{mm}$$

2- مرونة السطح: وتمثل مقدار مقاومة الجسم لأي شد على سطحه وممانعة مستوياته للانزلاق على بعضها. ويسمى معامل المرونة في هذه الحالة **معامل القص السطحي** *(shear Modulus)*.
فإذا خضع جسم لقوة شد موازية لسطحه A، كما في الشكل (11-3)، فإنه يتشوه دون أن يتغير حجمه. عندئذ نعرف **إجهاد القص السطحي** *(shear stress)* بالعلاقة:



الشكل(11-3)

$$\frac{F}{A} = \text{إجهاد القص السطحي}$$

حيث A مساحة السطح الذي "تسحبه" القوة **F**.
كما نعرف **انفعال القص السطحي** *(shear strain)* بالعلاقة:

$$\frac{\Delta x}{h} = \text{إنفعال القص السطحي} \qquad (6\text{-}11)$$

حيث Δx مقدار انسحاب الوجه المشوه وh ارتفاع الجسم، كما هو موضح بالشكل (11-3).
ومن ثم نعرف مقدار **معامل القص السطحي** *(shear modulus)* S بالعلاقة:

$$\boxed{S = \frac{F/A}{\Delta x/h}} \qquad (7\text{-}11)$$

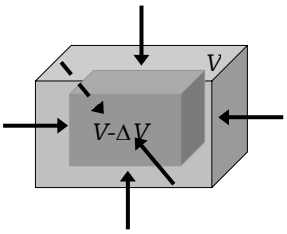
وكما هي الحال في الإجهاد الطولي فإن السوائل والغازات لاتتأثر بإجهاد القص السطحي.
ونعطي في الجدول 11-1 قيم S لبعض المواد شائعة الاستعمال.

مثل 11-2

ينزلق طفل على أرض خشنة لابسا حذاءا رياضيا سمك نعله 6 mm ومساحة مقطعه 14 cm^2 متعرضا لقوة احتكاك 28 N. كم ينسحب الوجه الأسفل من النعل إذا كان معامل القص السطحي للمطاط 3×10^6 Pa؟

الحل: نحسب الانسحاب الذي يعانيه النعل من (11-7) مباشرة فنكتب:

$$S = \frac{F/A}{\Delta x/h} \;\Rightarrow\; \Delta x = \frac{Fh}{AS} = 0.04 \text{ mm}$$



الشكل (11-4)

3- مرونة الحجم: وتمثل مقدار ممانعة الجسم لأي تغيير في حجمه. ويسمى معامل المرونة في هذه الحالة **معامل الحجم** *(Bulk Modulus)*. فإذا كانت القوة التي تضغط على كل سطح من جسم مكعب مثلا هي F ومساحة الوجه A، كما بالشكل (11-4)، عندئذ نعرف إجهاد الحجم بالعلاقة:

$$\text{إجهاد الحجم} = \frac{F}{A} \qquad (8\text{-}11)$$

كما نعرف انفعال الحجم بمعدل تغير حجم الجسم، أي:

$$\text{انفعال الحجم} = \frac{\Delta V}{V} \qquad (9\text{-}11)$$

ومن ثم يصير معامل الحجم معطى بالعلاقة:

$$B = -\frac{F/A}{\Delta V/V} \qquad (10\text{-}11)$$

حيث استخدمنا الإشارة السالبة لجعل B موجبة لأن تغير الحجم ΔV سالب طبعا.
ومن الطبيعي أن أكثر المواد القابلة للانضغاط هي الغازات، أما المواد الصلبة والسائلة فضغطها في أغلب الحالات صعب جدا إن لم يكن مستحيلا.
ونعطي في الجدول 11-1 قيم B لبعض المواد شائعة الاستعمال.

مثل 11-3

مامقدار تغير حجم كرة رصاصية حجمها $0.5\ \text{m}^3$ إذا أثر عليها إجهاد $2\times10^7\ \text{Pa}$ مع العلم أن معامل الحجم للرصاص هو $7.7\times10^9\ \text{Pa}$؟

الحل: نحسب تغير حجم الكرة من (11-10) فنكتب:

$$B = -\frac{F/A}{\Delta V/V} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\frac{(F/A)V}{B}$$

وبتعويض القيم المعطاة نجد:

$$\Delta V = -1.3\times10^{-3}\ \text{m}^3$$

حيث تدل الإشارة السالبة أن الحجم قد تقلص بتأثير الضغط.

الجدول 11-1: معامل يانغ والقص السطحي والحجم لبعض المواد ($10^{10}\mathrm{N/m^2}$)

المادة	Y	S	B
الألمنيوم	7.1	2.5	7
النحاس الأصفر	9.1	3.5	6.1
النحاس	11	4.2	14
الفولاذ	20	8.4	16
التنغستين	35	14	20
الزجاج	6.5-7.8	2.6-3.2	5-5.5
الكوارتز	5.6	2.6	2.7
الماء	_	_	0.21
الزئبق	_	_	2.8

3-11 الكثافة *(Density)*

تتميز السوائل والغازات أنها عديمة الصلابة بحيث لايمكن تحديد شكل خاص لها لأنها تأخذ شكل أو حجم الوعاء الذي توضع فيه وتنساب فيه أيضا إن كانت الشروط مواتية لذلك. كما أن عدد ذرات مواد سائلة أو غازية كبير جدا بحيث أنه من المستحيل عمليا تحديد موضع وسرعة وتسارع كل واحدة. ونعلم أن دراسة حركة وتحريك أي جسم تتطلب معرفة كتلته، ولذلك فإن دراسة ميكانيك السوائل والغازات ليست سهلة لأن تحديد كتلة الجسم عند دراسة حركة الرياح في الجو والأمواج في المحيطات والماء في الأنهار صعب فعلا. ولذا نختار حجما معينا من السائل المدروس ونحدد كتلته ونطبق قوانين التحريك عليه ونعمم النتائج على السائل المدروس كله.

فإذا اخترنا واحدة الحجوم من سائل أو غاز عندئذ تكون كتلته مساوية لكثافته *(density)* التي نعرفها لأي جسم كتلته M ويحتل حجما V، كما ذكرنا في الفصل السادس، بالعلاقة:

$$\rho = \frac{M}{V} \qquad (11\text{-}11)$$

أي أن الكتلة تحسب من الكثافة بالعلاقة:

$$M = \rho V \qquad (12\text{-}11)$$

وإذا كانت المادة خليطا من عدة عناصر عندئذ تختلف كثافتها من موضع لآخر في الجسم نفسه. ولذلك نعرف كثافة كتلة صغيرة dm تحتل حجما صغيرا dV من الجسم بالعلاقة:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \qquad (13\text{-}11)$$

وتعطى وحدة الكثافة في نظام الوحدات الدولي بـ kg/m^3، وتعتمد على عدة عوامل كدرجة الحرارة والضغط وطبيعة المادة المعنية سواء كانت صلبة أم سائلة أم غازية. ولاتتغير كثافة الأجسام الصلبة والسائلة كثيرا بالمقارنة مع الغازات التي تتغير كثافتها بشكل ملحوظ مع درجة الحرارة والضغط.

ونظرا لأن الماء يتميز بكثافته التي تساوي $1\ g/cm^3$ أو $1000\ kg/m^3$ عند درجة حرارة $4°C$، لذا نقارن بقية السوائل به فنعرف **الكثافة النسبية** *(relative density)* بنسبة كثافة المادة إلى كثافة الماء، أي أن:

$$\rho_{rel} = \frac{\rho_{obj}}{\rho_{H_2O}} = \frac{\rho_{obj}}{1000} \qquad (14\text{-}11)$$

حيث نلاحظ أن الكثافة النسبية عديمة الوحدة.

من جهة أخرى، فإن كثافة الأجسام الصلبة والسوائل لاتتغير كثيرا مع الارتفاع عن سطح الأرض بالمقارنة مع تتغير الغازات التي تتغير بشكل كبير مع الارتفاع عن سطح الأرض أو العمق تحته بسبب تغير وزن المادة التي فوقها. فكثافة ماء البحر أو المحيط عند السطح تختلف عن تلك على ارتفاعات أو أعماق مختلفة. ونعطي في الجدول 11-2 كثافة بعض المواد شائعة الاستعمال.

مثل 11-4 تحديد كثافة مادة غير معروفة

من المعروف أن أي سائلين لهما نفس الكثافة يمتزجان ببعضهما دون أن يطفو أحدهما فوق الآخر. وتستخدم هذه النتيجة لتحديد كثافة سوائل مجهولة. ففي تجربة لقياس كثافة سائل مجهول يخلط بنزين *(ρ=874 kg/m³)* وكلوروفورم *(ρ=1527kg/m³)* بنسبة 78% و 22% من الحجم الكلي، على الترتيب، فيلاحظ أن قطرات من السائل المجهول تصير معلقة في الخليط. ماكثافته؟

الحل: تصير قطرات السائل المجهول معلقة عندما تكون كثافتها مساوية لكثافة الخليط. لذا نحسب كثافة الأخير فنفترض أن حجم البنزين V_1 والكلوروفورم V_2 فيكون الحجم الكلي: $V_T = V_1 + V_2$ كما أن كتلة البنزين هي $\rho_1 V_1$ وكتلة الكلوروفورم $\rho_2 V_2$ لذا تكون كتلة الخليط مساوية إلى:

$$M_T = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

وتصير كثافة الخليط

$$\rho = \frac{M_T}{V_T} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \rho_1 (\frac{V_1}{V_T}) + \rho_2 (\frac{V_2}{V_T})$$

وبتعويض $V_1 = 0.78 V_T$ و $V_2 = 0.22 V_T$ و $\rho_1 = 874 \text{ kg/m}^3$ و $\rho_2 = 1527 \text{ kg/m}^3$ نجد:

$$\rho = 1017.7 \text{ kg/m}^3$$

الجدول 11-2: كثافة بعض المواد الشائعة

المادة	الكثافة (kg/m^3)	المادة	الكثافة ($kg/m3$)
الألمنيوم	7.1	الماء (4 °C)	7
الزئبق	9.1	الهواء (0 °C)	6.1
النحاس	11	الهواء (25 °C)	14
الحديد	20	دم الإنسان (25 °C)	16
الفضة	35	ماء البحر	20
الرصاص	6.5-7.8	زيت الزيتون (15 °C)	5-5.5
الذهب	5.6	البنزين (15 °C)	2.7
الفولاذ	_	الجليد	0.21

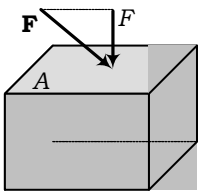
4-11 الضغط *(Pressure)*

نعرف متوسط الضغط الناتج عن قوة F مؤثرة على سطح A بالعلاقة:

$$p = \frac{F}{A} \qquad (15\text{-}11)$$

حيث نفترض F عمودية على السطح A وإذا لم تكن كذلك فنأخذ مركبتها العمودية عليه فقط، كما في الشكل (11-5).

كما يمكن أن تتغير قيمة القوة من نقطة لأخرى على السطح عندئذ نحسب الضغط على جزء عنصري صغير dA فقط بكتابة:



الشكل (11-5)

$$p = \frac{dF}{dA} \qquad (16\text{-}11)$$

ونستفيد من هذه العلاقة لحساب القوة الكلية التي يخضع لها سطح كبير عندما يكون الضغط المؤثر عليه متغيرا من موضع لآخر (كقوة ضغط الماء على سد كبير، كما سنرى لاحقا)، ونكتب:

$$F = \int_A p dA \qquad (17\text{-}11)$$

حيث يتم التكامل على السطح المعني كله.

وتعطى وحدة الضغط في النظام الدولي بـ N/m^2، وتسمى، كما ذكرنا سابقا **الباسكال** Pa، أي أن:

$$1\ Pa = 1\ N/m^2$$

وكثيرا مايقدر الضغط بوحدات أخرى لاستخدامه في علم البيئة والجو والبحار. في علم الطقس يطلق اسم **البار** (bar) على 10^5 Pa ونكتب:

$$1\ bar = 10^5\ Pa$$

ومن الوحدات الأخرى شائعة الاستعمال **الضغط الجوي** (atm) ويعادل وزن اسطوانة هواء مساحة قاعدتها $1\ cm^2$ وارتفاعها يمتد من سطح البحر إلى نهاية الغلاف الجوي فوقها. وقد وجد أنه يساوي:

$$1\ atm = 1.01\times10^5\ Pa \approx 1\ bar$$

ويكافئ هذا الضغط وزن اسطوانة من الزئبق مساحة قاعدتها $1\ cm^2$ وارتفاعها 760 mm، ولذلك استخدم **الميلمتر الزئبقي** (mmHg) (أو **التور** (torr) في التطبيقات العملية) كوحدة للضغط، حيث:

$$1\ torr = 1\ mmHg = 1.31\times10^{-3}\ atm$$

مثل 11-5

ما الضغط الناتج عن فرشة ماء أبعادها $2\times2\times0.3\ m$ على الأرض تحتها؟

الحل: نحسب كتلة الفرشة أولا ونضع:

$$M = \rho V = (1000\ \text{kg/m}^3)(2 \times 2 \times 0.3\ \text{m}^3) = 1200\ \text{kg}$$

ونجد وزنها الذي يساوي القوة التي تؤثر بها على الأرض:

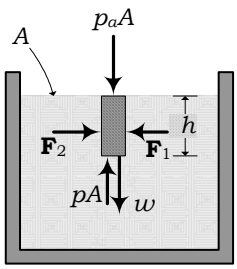
$$F = w = Mg = (1200\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2) = 11.76\ \text{kN}$$

ثم نحسب ضغط الفرشة على الأرض بكتابة:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{117.6\ \text{kN}}{2 \times 2\ \text{m}^2} = 2940\ \text{kPa}$$

5-11 الضغط في السوائل الساكنة وقاعدة باسكال

إذا كان لدينا سائل ساكن في إناء فإن كل جزء منه يجب أن يكون خاضع لمحصلة قوى تساوي الصفر وإلا فإنه سيتحرك حتما. فلو نظرنا إلى جزء من السائل، كما في الشكل (11-6)، عندئذ يجب أن تكون القوى عليه من الطرف الأيمن مساوية لتلك من الطرف الأيسر. وقد يتبادر للذهن أنه لاتوجد قوى من الطرفين أصلا وهذا غير صحيح، إذ لو فتحنا ثقبا في الجدار الجانبي لوعاء لاندفع منه السائل مما يعني أنه كان خاضعا لقوة من الجهة المعاكسة. ولو فتحنا ثقبا في الجهة الثانية لاندفع منها السائل أيضا. فلاشك إذا ان كل أجزاء السائل تخضع لقوى من كل الاتجاهات وطالما بقي السائل ساكنا فإن محصلة هذه القوى تساوي الصفر. ولو نظرنا إلى القوى المؤثرة على جزء من السائل في الاتجاه الشاقولي فإننا نلاحظ أنه سيخضع لقوتين نحو الأسفل هما وزنه w وقوة ضغط الهواء الذي فوقه $F=p_aA$، حيث p_a الضغط الجوي وA مساحة مقطع الجزء المعتبر. فحتى يبقى هذا الجزء ساكن يجب أن يؤثر عليه السائل من الأسفل بقوة $F_{up}=pA$ مساوية ومعاكسة لمحصلة هاتين القوتين، حيث p ضغط السائل عند الطرف الأسفل من الجزء المعني. وبالفعل فإن السائل الواقع تحته يدفعه للأعلى وإلا لسقط للأسفل كما يحدث لو فتحنا ثقبا في قعر الإناء الموضوع فيه. وبمساواة هذه القوى نجد:



الشكل (11-6)

$$w + p_a A = pA$$

وبملاحظة أن وزن هذا الجزء يساوي:

$$w = mg = \rho Vg = \rho Ahg$$

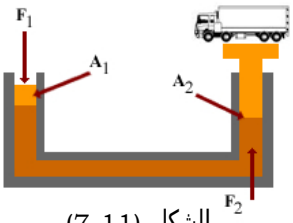
تؤول العلاقة أعلاه إلى:

$$p = p_a + \rho g h \tag{18-11}$$

فالضغط عند أي نقطة من سائل يزيد عن الضغط الجوي بمقدار يتناسب مع عمق تلك النقطة، ولو أثرنا بضغط إضافي على الضغط الجوي عند السطح العلوي للسائل لزاد الضغط عند هذه النقطة حسب هذه العلاقة (18-11). وقد كان **بليز باسكال** *(Blaise Pascal 1623-1662)* أول من توصل لهذه النتيجة ولذا تدعى **مبدأ باسكال** الذي نصيغه بالشكل: **إذا طبق ضغط على سائل في محيط مغلق فإنه ينتقل لكل نقطة من السائل وإلى جدران الوعاء الحاوي عليه**.

وتسمى العلاقة (18-11) **علاقة المانومتر** *(manometer formula)* ويستفاد منها لحساب الضغط عند أي نقطة من سائل ساكن طالما بقيت كثافته وتسارع الجاذبية ثابتين.

ونستنتج من (18-11) أن الضغط واحد لكل النقاط الواقعة عند نفس العمق في سائل ويتغير من ارتفاع لآخر. أما في الغازات فإن الضغط واحد طالما لأن كثافة الغازات صغيرة جدا بالمقارنة مع السوائل فلايتغير الضغط من نقطة لأخرى إلا إذا تغير فرق الارتفاع بينهما بشكل كبير، كما هو الحال في طبقات الجو حيث يتغير الضغط بشكل كبير بين طبقة وأخرى.



الشكل (7-11)

ولمبدأ باسكال تطبيقات أساسية في الرافعات الهيدروليكية، كما في الشكل (7-11)، حيث تؤثر قوة F_1 على الذراع الأيسر فينتقل ضغطها بواسطة السائل إلى الذراع الأيمن. فإذا كانت مساحة الأول A_1 والثاني A_2 فإن تساوي الضغط في السائل يعني أن:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \tag{19-11}$$

وبهذه الطريقة يتم رفع السيارات الكبيرة عند الذراع العريضة بتطبيق قوة مناسبة أصغر من وزنها بكثير عند الذراع الضيقة بحيث يكون الضغط واحد، كما نوضح في المثل التالي.

مثل 11-6

ترفع شاحنة كتلتها 22500 kg في مغسلة على ذراع رافعة هيدروليكية قطرها 30. cm ما القوة اللازم تطبيقها على الذراع الأخرى إذا كان قطرها 10 cm وما ضغط الزيت هناك؟

الحل: نستخدم (19-11) ونكتب:

$$\frac{F_1}{A_1}=\frac{F_2}{A_2}\ \Rightarrow F_2=(\frac{A_2}{A_1})F_1=\frac{\pi(0.05\,\text{m})^2}{\pi(0.15\,\text{m})^2}(22500\ \text{N})=2500\ \text{N}$$

وهذه القوة تعادل وزن كتلة 225 kg فقط. ونجد ضغط الزيت بكتابة:

$$p_2=\frac{F_2}{A_2}=\frac{2500\ \text{N}}{\pi(0.05\ \text{m})^2}=3.18\times10^5\ \text{Pa}$$

وتربط العلاقة (11-18) بين الضغط عند نقطتين في وعاء ما بغض النظر عن شكله. ويمكن استنتاج ذلك ببساطة، كما في الشكل (11-8)، بملاحظة أن فرق الضغط بين A وB يساوي:

$$p_A-p_B=(p_A-p_C)+(p_C-p_D)+(p_D-p_B)$$

ولكن

$$p_C=p_A+\rho gh_1\ \Rightarrow\ p_A-p_C=-\rho gh_1$$

لأن C أخفض من A، و

$$p_C=p_D$$

لأنهما على نفس الارتفاع، و

$$p_D-p_B=\rho gh_2$$

ومن ثم نجد أن:

$$p_A-p_B=-\rho gh_2+\rho gh_1=\rho g(h_1-h_2)=\rho gh$$

حيث h فرق الارتفاع بين النقطتين A وB. ونستنتج من العلاقة الأخيرة أن:

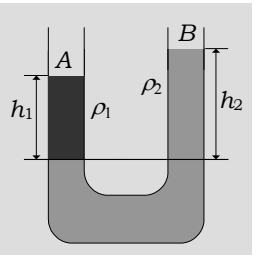
$$p_B=p_A+\rho gh$$

فالضغط عند B يزيد عن ذلك عند A بحسب فرق الارتفاع بينهما، أي أن العلاقة (11-18) صحيحة بغض النظر عن موقع النقطتين في السائل.


الشكل (11-8)

وللنتيجة الأخيرة أهمية كبيرة على ارتفاع سوية سائل في وعاء ذي فتحات متعددة له أشكال وحجوم مختلفة، إذ أن تساوي الضغط عند الفوهات المختلفة الموضحة بالشكل (11-8) والمساوي للضغط الجوي يعني أن ارتفاع السائل واحد في كل منها لأن له نفس الكثافة. وتعرف هذه النتيجة **بعلاقة الأواني المستطرقة**.

من جهة أخرى، إذا كان هناك سائلان مختلفان بالكثافة، كما في الشكل (11-9)، فإن ارتفاع السائل في الفرعين لن يكون متساويا بسبب اختلاف الكثافة. فإذا اخترنا النقاط A و B و C في هذا الشكل للاحظنا أن:



الشكل(11-9)

$$p_B - p_C = \rho_1 g h_1$$

كما أن

$$p_A - p_C = \rho_2 g h_2$$

ولكن

$$p_A = p_B = p_a$$

ولذلك يكون:

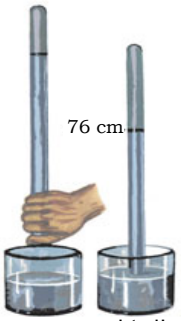
$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

أي أن:

$$\boxed{\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}} \qquad (20\text{-}11)$$

فالسائل يرتفع أكثر في الذراع ذي الكثافة الأقل.

وتستخدم العلاقة (11-18) لقياس مايسمى **الضغط المعياري** *(gauge pressure)* أو **فرق الضغط** الذي يساوي $p\text{-}p_a$ ويستفاد منه باستخدام مقياس ضغط توريشيلي *(Evangelista Torricelli* 1608-1647) كما في الشكل (11-10) حيث يقلب أنبوب مملوء بالزئبق على وعاء فيه زئبق أيضا وعندئذ يكون الضغط داخل الأنبوب فوق السائل مهمل (لأنه يساوي وزن بخار الزئبق المتجمع هناك) ومن ثم يمكن استخدام العلاقة (11-18) لمعرفة الضغط الجوي عند B من:



الشكل(11-10)

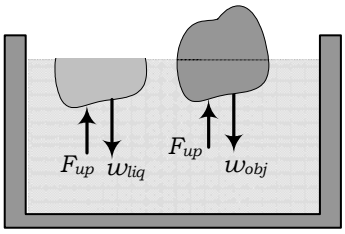
$$\boxed{\Delta p = p - p_a = \rho_m g h} \qquad (21\text{-}11)$$

حيث ρ_m كثافة الزئبق وh ارتفاع عمود الزئبق في الأنبوب. وقد وجد أنه عندما تكون مساحة قاعدة الأنبوب $1\ cm^2$ فإن الزئبق يرتفع مسافة 76 cm ولهذا يقال إن الضغط الجوي يساوي 76 cm زئبقي.

6-11 قاعدة أرخميدس *(Archimedes Principle)*


أرخميدس

كان أرخميدس *(Archimedes* 2 8 7 BC - 2 1 2 BC*)* ضليعا في العلوم الطبيعية من رياضيات وفيزياء وكيمياء وغيرها. وتروي القصص التاريخية أن الملك طلب منه التحقق فيما إذا كان تاجه من ذهب خالص أم لا دون أن يحلله كيميائيا أو يسبب أي تشويه له، مهددا إياه بعواقب وخيمة إن لم يفلح. فظل يفكر بهذه المسألة حتى وهو يستحم في مسبح بيته عندما شعر أن وزنه في الماء أقل منه في الهواء، فصرخ قائلا "**وجدتها**" *(Eureka)* ووضع قاعدته المشهورة **بقاعدة أرخميدس**. وتنص على مايلي: **يؤثر أي سائل على جسم مغمور فيه كليا أو جزئيا بقوة دافعة للأعلى تساوي وزن السائل الذي أزاحه الجزء المغمور من الجسم.**



الشكل (11-11)

ويمكن برهان هذه القاعدة من الشكل (11-11) الذي يمثل الجزء الأيمن منه جسما حجمه V_b وكثافته ρ_b مغمورا في سائل كثافته ρ_l، بينما يمثل الجزء الأيسر منه الحجم المغمور من الجسم من نفس السائل V_l. ونظرا لأن هذا الأخير ساكن تماما فلا شك إذا أن هناك قوة دافعة نحو الأعلى F_{up} تساوي وتعاكس وزنه w وهي موجودة دائما. ولذلك عند إعادة الجسم إلى ذلك الموضع فإن محصلة القوى عليه ستكون:

$$F_T = w - F_{up}$$

حيث

$$\begin{cases} w = m_b g = (\rho_b V_b) g \\ F_{up} = m_l g = (\rho_l V_l) g \end{cases} \qquad (22\text{-}11)$$

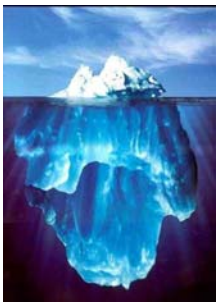
حيث m_l وV_l كتلة وحجم السائل المزاح، على الترتيب. ومن ثم تصير قيمة المحصلة:

$$\boxed{F_T = g(\rho_b V_b - \rho_l V_l) = w'} \qquad (23\text{-}11)$$

وتمثل w' **الوزن الظاهري** للجسم *(apparent weight)* وهو في السائل.

مثل 11-7 غرق سفينة التايتانك

كانت سفينة التايتانك أكبر سفينة ركاب بخارية في العالم عندما قامت بأول رحلة لها عام 1912 من ساوثهامبتون بانجلترا متجهة لنيويورك، إلا أنها اصطدمت بجبل جليدي قرب الشواطئ الكندية وغرقت خلال ثلاث ساعات وغرق معها مايزيد عن 1500 من ركابها وبحارتها. فكيف "اختفي" هذا الجبل عنها وأدى لهذه الكارثة؟ سنستخدم هذا المثل لحساب نسبة الجزء المغمور من جبل جليدي علما بأن كثافة الجليد هي $920\ \text{kg/m}^3$ وكثافة ماء المحيط المالحة $1030\ \text{kg/m}^3$.



جبل جليدي

الحل: بما أن جزء من الجبل الجليدي يطفو فوق سطح ماء المحيط لذا تكون دافعة أرخميدس المؤثرة عليه للأعلى تساوي وزنه للأسفل، أي أن وزنه الظاهري يساوي الصفر (ولو وضعنا تحته ميزانا لما أعطى أي قراءة!) ونكتب:

$$w = F_{up} \Rightarrow \rho_i V_i g = \rho_w V_w g$$

حيث V_i وρ_i حجم وكثافة الجليد، على الترتيب، بينما V_w وρ_w الحجم المغمور منه، على الترتيب، أيضا. ومن ثم نجد أن:

$$\frac{V_w}{V_i} = \frac{\rho_i}{\rho_w} = 0.89 = 98\%$$

أي أن 11% من الجبل يطفو فوق الماء فقط!

مثل 11-8

أراد فيزيائي شراء قلادة ذهبية من تاجر عرضها عليه بثمن بخس إلا انه ارتاب بالأمر فوزنها في الهواء ووجد 5.98 N ثم وزنها في ماء عذب فوجد 5 N فاستنتج أنها مزيفة. بين ذلك.

الحل: لمعرفة فيما إذا كانت القلادة من الذهب الخالص أم لا يجب معرفة كثافة معدنها ونقارنها بالذهب. فنحسب أولا قوة دفع أرخميدس على القلادة ونكتب:

$$F_{up} = w - w' = 5.98 - 5 = 0.98\ \text{N}$$

لكن قوة دفع أرخميدس تساوي وزن الماء الذي أزاحته القلادة ويساوي حجمها (لأنها مغمورة كليا في الماء) مضروبا بكثافة الماء مضروبا بتسارع الجاذبية، أي أن:

$$F_{up} = \rho_w V g = 0.98\ \text{N}$$

ومن ثم نجد الحجم:

$$V = \frac{0.98\ \text{N}}{(1000\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)} = 10\times10^{-4}\ \text{m}^3$$

ثم نحسب كثافة القلادة بكتابة:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{w}{Vg} = \frac{5.98\ \text{N}}{(10\times10^{-4}\ \text{m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)} = 6\times10^3\ \text{kg/m}^3$$

وحيث أن كثافة الذهب $1.93\times10^3\ \text{kg/m}^3$ لذا نستنتج أن القلادة مزيفة فعلا.

7-11 تحريك السوائل

تعتبر حركة السوائل من أصعب الحركات للدراسة الدقيقة كما يتضح لأي مراقب لفيضان نهر كبير أو تدفق جدول صغير. إلا أن هناك حالات خاصة مثالية يمكن الاستفادة منها للحصول على معلومات مهمة عن حركة سوائل معينة، مثل تدفق الدم في الشرايين أو حركة الماء في الأنابيب. ويمكن تبسيط الدراسة في حالات خاصة لبعض السوائل التي تدعى **سوائل مثالية** *(ideal fluids)* وتحقق الخواص التالية:

1- عديم اللزوجة *(non-viscous)*: أي لايوجد احتكاك بين طبقات ذرائه المتجاورة والذي يؤدي عادة لتوليد إجهاد سطحي بينها مما يعيق حركتها وينتج الدوامات. وتتفاوت اللزوجة من سائل لآخر، فلزوجة الغليسرين أكبر من لزوجة الماء بـ 1500 مرة، والدم بـ 500 مرة. ولذا يمكن اعتبار الماء والدم عديمي اللزوجة بالمقارنة مع سوائل كثيرة.

2- غير قابل للانضغاط *(incompressible)*: أي أن كثافته ثابتة. وتعتبر معظم السوائل غير قابلة للانضغاط بالمقارنة مع الغازات التي تضغط بسهولة نسبيا.

3- خطوط الجريان ثابتة *(steady)* **وسطحية** *(laminar)*: أي أن الطريق الذي تسلكه جزيئة ما من السائل لايتداخل مع طريق جزيئة أخرى، كما أن كثافة وسرعة وضغط السائل عند أي نقطة منه لايتغير مع مرور الزمن، ولو أنه قد يتغير من نقطة لأخرى. ويطلق اسم **خط الجدول** *(streamline)* على المماس لسرعة الجزيئة عند كل نقطة من السائل. ويتطابق خط الجدول مع خط الجريان عندما تكون سرعة الجريان ثابتة.

8-11 معادلة الاستمرار

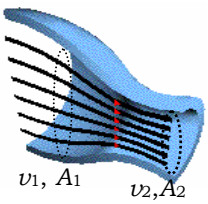
سندرس حركة سائل مثالي غير قابل للانضغاط في أنبوب غير منتظم، كما في الشكل (11-12). فنلاحظ أن كمية السائل الداخلة إليه في ثانية تساوي تلك الخارجة منه خلال نفس الزمن. فإذا كانت سرعة الجريان ومساحة المقطع عند نقطة ما Q هما v_1 و A_1، على الترتيب، وعند نقطة أخرى S هما v_2 و A_2 عندئذ تكون كمية السائل الداخلة أو الخارجة في ثانية واحدة هي:

الكتلة=الكثافة×الحجم=الكثافة×(مساحة القاعدة×المسافة المقطوعة في ثانية)

=الكثافة×مساحة القاعدة×(السرعة×ثانية واحدة)

أي أن:

$$m = \rho \times A \times v$$



الشكل (11-12)

ومن ثم فإن حفظ الكتلة الداخلة والخارجة يعني أن:

$$\rho v_1 A_1 = \rho v_2 A_2$$

ومنه:

$$\boxed{Q = v_1 A_1 = v_2 A_2} \qquad (25\text{-}11)$$

يطلق على العلاقة (11-25) اسم **معادلة الاستمرار** *(continuity of equation)* وتدعى Q **معدل التدفق** *(rate of flow)* حيث نلاحظ أنها تبقى ثابتة خلال حركة السائل من موضع لآخر.

مثل 11-9

مامعدل تدفق الدم في شريان مساحة مقطعه $2\ \text{cm}^2$ إذا كانت سرعة جريانه 40 cm؟ وكم تصير إذا وصل لشعيرة دموية مساحة مقطعها $0.1\ \text{cm}^2$؟

الحل: نحسب معدل التدفق في الشريان من (11-25) ونكتب:

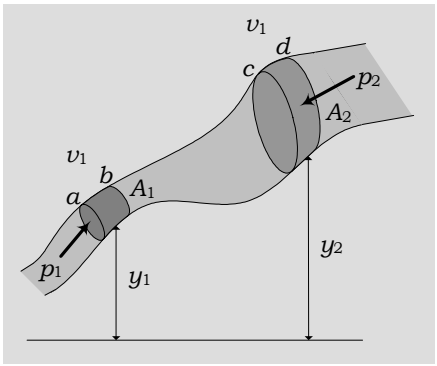
$$Q = Av = (2\times10^{-4}\ \text{m}^2)(40\times10^{-2}\ \text{m/s}) = 8\times10^{-6}\ \text{m}^3/\text{s}$$

كما نجد سرعة جريان الدم في الشعيرة الدموية من معادلة الاستمرار فنكتب:

$$Q = A_1v_1 = A_2v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = (\frac{A_1v_1}{A_2})v_1 = 800\ \text{cm/s}$$

9-11 معادلة برنولي

يمكن الربط بين الضغط وسرعة الجريان والارتفاع عند أي نقطة من سائل مثالي بواسطة نظرية الشغل والطاقة. فنلاحظ من الشكل (11-13) أنه عندما تمر كمية صغيرة من السائل في المنطقة بين النقطتين a و b، حيث الضغط p_1 ومساحة المقطع A_1 وسرعة الجريان v_1، فإنه يقطع مسافة $\Delta s_1 = v_1 \Delta t$ خلال الزمن Δt ويغطي حجما $\Delta V_1 = A_1 s_1$. وعندما يصل للمنطقة بين c وd حيث الضغط p_2 ومساحة المقطع A_2 والسرعة v_2، فإنه يقطع مسافة $\Delta s_2 = v_2 \Delta t$ ويغطي حجما $\Delta V_2 = A_2 s_2$ خلال نفس الزمن.



الشكل(11-13)

الآن: بما أن السائل غير قابل للانضغاط فإن كمية السائل الداخلة تساوي كمية السائل الخارجة في أي موضع، أي أن:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho \Delta V_1 = \rho \Delta V_2 \Rightarrow A_1 \Delta s_1 = A_2 \Delta s_2$$

ثم نحسب الشغل المبذول لتحريك هذه الكتلة من الموضع الأول إلى الموضع الثاني والمساوي لشغل الجاذبية وشغل قوة ضغط السائل. فنكتب شغل الجاذبية على النحو:

$$W_g = mg(y_1 - y_2)$$

وشغل قوة الضغط:

$$W_p = F_1 \Delta s_1 - F_2 \Delta s_2 = p_1 A_1 \Delta s_1 - p_2 A_2 \Delta s_2$$

ويصير الشغل الكلي:

$$W_T = mg(y_1 - y_2) + p_1 A_1 \Delta s_1 - p_2 A_2 \Delta s_2$$

وبحسب نظرية الشغل والطاقة فإن:

$$W_T = K_2 - K_1 = \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 - \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2$$

وبتعويض $m = \rho \Delta V$ حيث ΔV الجزء المعتبر من السائل، تؤول نظرية الشغل والطاقة إلى:

$$\rho g(y_1 - y_2) + p_1 - p_2 = \tfrac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

أو

$$p_1 + \tfrac{1}{2}v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \tfrac{1}{2}v_2^2 + \rho g y_2 \qquad (26\text{-}11)$$

تسمى العلاقة (26-11) **معادلة برنولي** *(Bernoulli Equation)* وتربط بين سرعة الجريان والضغط والارتفاع عند أي نقطة من السائل.

يتدفق الماء بسرعة كبيرة عند الاختناق الصغير

ومن الجدير بالانتباه أن الحد $\rho g y$ يمثل طاقة وضع واحدة الحجوم من السائل، بينما $\rho v^2/2$ يمثل طاقة حركة ذلك الجزء. ومن ثم فيجب أن يكون الضغط p يمثل طاقة واحدة الحجوم أيضا حتى تكون تتناسق وحدات الكميات الواردة في المعادلة (26-11). وبالفعل يمكن أن نتحقق من ذلك لو كتبنا وحدات الضغط حيث نجد:

$$1\ \text{Pa} = 1\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\ \frac{\text{m.N}}{\text{m}^3} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

أي أن الضغط هو كثافة طاقة فعلا ومعادلة برنولي هي أحد أشكال حفظ الطاقة.

10-11 تطبيقات على معادلة برنولي

1- سكون السوائل ومعادلة المانوميتر

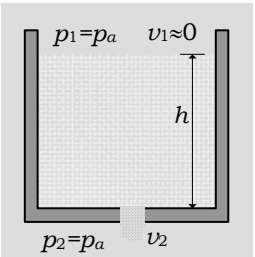
نحصل على معادلة المانوميتر التي وجدناها في فقرة سابقة من معادلة برنولي بفرض أن السائل ساكن في الأنبوب، أي أن $v_1 = v_2 = 0$ وعندئذ تؤول (26-1) إلى:

$$p_1 - p_2 = \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h$$

وهذه هي معادلة المانوميتر.

2- نظرية توريشيلي

إذا كان لدينا وعاء كبير مساحة مقطعه A_1 مملوء بسائل لارتفاع h، كما في الشكل (14-11)، وفتحنا في قعره فتحة صغيرة مساحتها A_2 عندئذ نجد سرعة تسرب السائل من هذه الفتحة من معادلة برنولي بوضع $y_2 - y_1 = h$ و $v_1 \approx 0$ لأن سطح السائل يهبط ببطء شديد، فنجد:



الشكل (14-11)

$$v_2^2 = \frac{2\rho(p_1 - p_2)}{\rho} + 2gh$$

ولكن $p_1 = p_2 = p_a$ لأن السطح مفتوح والفتحتان معرضتان للجو، ولذلك يكون:

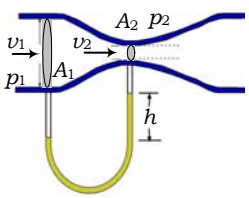
$$v_2 = \sqrt{2gh} \qquad (27\text{-}11)$$

فسرعة خروج السائل تكافئ السرعة التي يسقط بها جسم حر من ارتفاع h.

تدعى العلاقة (27-11) **نظرية توريشيلي** وتنطبق على أي فتحة في الوعاء، سواء كانت في قعره أو جداره الجانبي.

3- أنبوب فنتوري *(Venturi Tube)*:

يتألف انبوب فنتوري من انبوب مساحة مقطعه A_1 يسري فيه سائل بسرعة v_1 في منطقة ضغطها p_1 فيصل لاختناق مساحته $A2$، كما في الشكل (11-15). ويستفاد من أنبوب فنتوري لمعرفة فرق الضغط بين الجذع الرئيس والاختناق، فنكتب معادلة برنولي للنقطتين 1 و2 اللتين تقعان على نفس الارتفاع:



الشكل (11-15)

$$p_1 + \tfrac{1}{2}v_1^2 = p_2 + \tfrac{1}{2}v_2^2$$

ولكن $A_1v_1 = A_2v_2$ ولذلك يكون:

$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{2}\rho[(A_1 / A_2)^2 - 1]v_1^2 \qquad (28\text{-}11)$$

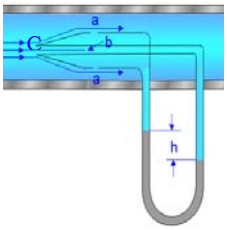
ويتم قياس فرق الضغط بين نقطتين بواسطة مانوميتر فيه سائل كثافته ρ' متصل بأنبوب فنتوري ويختلف ارتفاع السائل بين ذراعي المانوميتر بحسب الفرق في الضغط. وبما أن $A_1>A_2$ لذلك يكون $p_1>p_2$، أي أن الضغط في الاختناق أقل من الضغط في الجذع الرئيس للأنبوب! وهذه نتيجة هامة في سريان الدرم في الشرايين التي قد تتناقص مساحة مقطعها في منطقة ما نتيجة تراكم الدهون والشحوم، فيتناقص ضغط الدم هناك عن قيمته الطبيعية اللازمة لمعاكسة الضغوط الخارجية، مما قد يؤدي لانغلاق الشريان وإصابة الشخص بنوبات قد تودي بحياته.

4- أنبوب بيتوت *(Pitot Tube)*:

يستخدم انبوب بيتوت لقياس سرعة جريان سائل في منطقة معينة حيث يقيس المانوميتر، كما في الشكل (11-16) فرق الضغط بين نقطتين c و b (حيث v_b=0 عمليا) فنجد من معادلة برنولي:

$$p_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2$$

كما أن



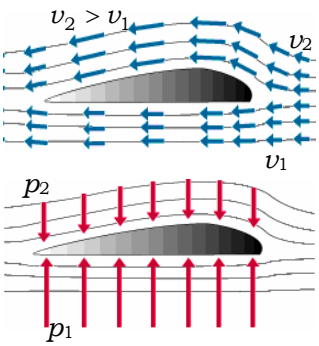
الشكل (11-16)

$$p_2 - p_1 = \rho' g h$$

حيث ρ' كثافة السائل في المانوميتر. ونجد من المعادلتين السابقتين:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\rho' g h}{\rho}}$$

وبما أن ρ و ρ' معروفتان مسبقا لذا يمكن معايرة الجهاز بحيث تقرأ السرعة من معرفة الارتفاع h مباشرة.



الشكل (11-17)

5- جناح الطائرة وقوة الرفع *(lift force)*:

عندما تطير طائرة فإن الهواء يندفع من حول جناحيها ومن الأعلى ومن الأسفل كسريان سائل في انبوب. وتتكثف خوط الجريان بحسب ميل الجناح وتصميمه بحيث تكون من الأعلى أكبر مما هي عليه من الأسفل فتصير سرعة جريانها فوق الجناح أكبر من سرعتها تحته، مما يجعل الضغط الأسفل أكبر من الضغط الأعلى، كما هو موضح بالشكل(11-17). ويؤدي فرق الضغط هذا لرفع الطائرة للأعلى. تسمى قوة فرق الضغط هذه **قوة الرفع** *(lift force)* وتتناسب مع سرعة الطائرة. ففي الرحلات قصيرة المدى تحلق الطائرة على ارتفاع 8 km تقريبا بسرعة 400 km/h، أما في الرحلات بعيدة المدى فترتفع الطائرة فوق الغلاف الجوي لحدود 10 km لتحلق بسرعة 800 km/h. وقد وصلت سرعة طائرة الكونكورد فوق الصوتية إلى حوالي 1200 km/h على ارتفاع 14 km.

مثل 11-10

تهب رياح شديدة بسرعة 150 km/h فوق منزل ريفي. مافرق الضغط بين داخل البيت وفوقه تماما وما القوة التي سيخضع لها سقف المنزل إذا كانت مساحته 50 m²؟

الحل: نفترض أن سرعة الهواء داخل المنزل تساوي الصفر (بالطبع!) ونهمل سمك السقف بالمقارنة مع ارتفاع المنزل بحيث نعتبر ذرات الهواء القريبة من السقف داخل وخارج المنزل عند نفس الارتفاع. ومن ثم نكتب من معادلة برنولي:

$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{2}\rho v^2$$

أي أن:

$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{2}(1.29\ \text{kg/m}^3)(150\ \text{km/h})^2 \approx 0.01\times 10^5\ \text{Pa}$$

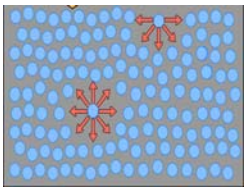
فالضغط خارج المنزل أكبر من ذلك داخله بحوالي 1% من الضغط الجوي. ولذا سيخضع السقف لقوة نحو الأعلى تساوي:

$$F = (\Delta p)A = (0.01\times 10^5\ \text{N/m}^2)(50\ \text{m}^2) = 0.5\times 10^5\ \text{N}$$

وهذه القوة تعادل كتلة مقدارها 5000 kg تقريبا! فإذا كان البيت ريفيا قديما فمن المحتمل أن يطير سقفه عند هبوب رياح كهذه. وقد أدت رياح إعصار كاترينا الذي ضرب مدينة نيو أورلينز بالولايات المتحدة عام 2005 والتي وصلت سرعتها لحوالي 220 km/h لتحطيم معظم منازل المدينة وحتى تلك المبنية بالآجر والإسمنت!.

11-11 التوتر السطحي *(surface tension)*

إذا نظرت لقطرة ندى معلقة بورقة شجر في الصباح الباكر لرأيت أنها كروية الشكل تقريبا وسبب ذلك يعود إلى أن للسوائل خاصية معينة تسمى **التوتر السطحي** والذي يسعى السائل بموجبه لتشكيل أصغر سطح ممكن من أجل حجم معين منه. ويمكن فهم ظاهرة التوتر السطحي لو نظرنا لقطرة سائل، كما في الشكل(11-17)، فإن كانت تحت السطح فإنها تخضع لقوى جذب من كل الاتجاهات وتكون محصلة القوى عليها معدومة. أما بالنسبة لذرة على السطح فإنها تخضع لجذب من الذرات السفلية فقط لأنه لايوجد فوقها ذرات تشدها. ولذلك تخضع ذرات سطح السائل كله لقوى تشدها نحو الأسفل فتتقلص مساحته بأكبر قدر ممكن. ويصير شكل القطرة كرويا لأن للكرة أصغر سطح ممكن من أجل حجم معين.



الشكل (11-17)

ومن تطبيقات التوتر السطحي التي نشاهدها في حياتنا اليومية وقوف حشرة أو طفو إبرة أو شفرة حلاقة على سطح ماء راكد حيث تستقر في منخفض نصف كروي يؤثر عليها بقوة للأعلى تساوي وتعاكس وزنها كغشاء مطاطي تماما.

ونعرف التوتر السطحي γ للسائل بالقوة المؤثرة على واحدة الطول منه، أي:

$$\gamma = \frac{F}{L} \qquad (30\text{-}11)$$

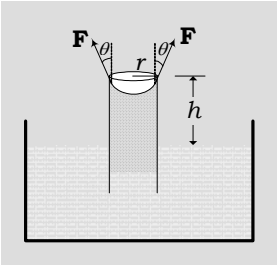
حيث تقدر وحدة التوتر السطحي بـ N/m. ويعطي الجدول 11-3 قيم γ لبعض السوائل.

ولو وضعنا حلقة دائرية على سطح سائل وبقيت طافية عليه لأثر عليها بقوة من الداخل وأخرى من الخارج فيصير التوتر السطحي فيها مساويا إلى:

$$\gamma = \frac{F}{2L} \qquad (31\text{-}11)$$

12-11 الخاصة الشعرية *(Capillarity)*

من المعروف أنه إذا غمسنا طرف أنبوب رفيع، يسمى أنبوب شعري *(capillary tube)*، في وعاء ممتلئ بالماء فإن الماء يرتفع فيه مباشرة لنقطة معينة لايتجاوزها. ويمكن تفسير ذلك بالاستفادة من شكل سطح السائل في الأنبوب، كما في الشكل (11-18)، والذ يأخذ شكل قطع مكافئ خاضع لقوة التوتر السطحي المساوية إلى:



الشكل(11-18)

$$F_\gamma = \gamma L = \gamma(2\pi r)$$

حيث نلاحظ أن طول الجزء من السائل الملامس للأنبوب يشكل دائرة نصف قطرها مساو لنصف قطر الأنبوب، أي أن طول السائل الخاضع للتوتر السطحي هو محيط دائرة نصف قطرها r. وتكون القوة الشاقولية المؤثرة على السائل هي:

$$(F_\gamma)_y = \gamma(2\pi r)\cos\theta$$

وتسمى الزاوية θ **زاوية التماس** *(angle of contact)*. وبالطبع فإن هذه القوة تساوي وتعاكس وزن السائل المرتفع في الأنبوب، أي أن:

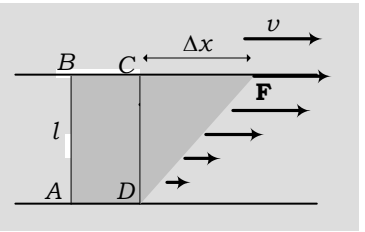
$$(F_\gamma)_y = \gamma(2\pi r)\cos\theta = mg = \rho g(\pi r^2 h)$$

ومن ثم نجد مقدار ارتفاع السائل في الأنبوب:

$$h = \frac{2\gamma}{\rho g r}\cos\theta \qquad (32\text{-}11)$$

13-11 اللزوجة *(Viscosity)*

تختلف السوائل عن بعضها بلزوجتها. فبعضها قليل اللزوجة، كالماء الذي ينساب في الأنابيب بكل يسر وسهولة، وبعضها الآخر ازج جدا، كالصمغ الذي يلتصق بجدران الوعاء الذي يوضع فيه ولاينساب بتاتا تقريبا. ويعود سبب اللزوجة إلى قوى الاحتكاك الداخلي في السائل. ويمكن فهم ذلك بتصور شريحة من سائل بين صفيحتين من جسم صلب، كما في الشكل(11-20)، حيث نلاحظ أن الطبقة العلوية تتحرك بسرعة v تحت تأثير قوة خارجية F بينما تبقى الطبقة السفلية ساكنة في مكانها. ومن ثم فإن الجزء السفلي المحدد في لحظة ما بالمستطيل $ABCD$ سيتشوه في لحظة تالية. فيخضع السائل لإجهاد سطحي يساوي F/A حيث A مساحة الطبقة العلوية منه. ويكون الانفعال مساويا إلى $\Delta x/l$. ونلاحظ من الشكل (11-20) أن الطبقة العلوية تنتقل خلال زمن Δt مسافة $\Delta x=v\Delta t$. ومن ثم يكون معدل الانفعال السطحي بالنسبة للزمن $\Delta x/l$ مساويا إلى:



الشكل (11-20)

$$\frac{\Delta x/l}{\Delta t}=(\frac{\Delta x}{\Delta t})/l=\frac{v}{l}$$

ونعرف معامل اللزوجة *(coefficient of viscosity)* بنسبة الإجهاد السطحي إلى معدل الانفعال السطحي بالنسبة للزمن، أي أن:

$$\eta=\frac{Fl}{Av} \qquad (33\text{-}11)$$

وتعطى وحدة η في نظام الوحدات الدولي بـ $N.s/m^2$. وفي الجدول 11-3 قيم η لبعض السوائل.

الجدول 11-3: التوتر السطحي ومعامل اللزوجة لبعض السوائل

المادة	درجة الحرارة (C)	التوتر السطحي (N/m)	معامل اللزوجة (10^{-3} N.s/m^2)
الماء	20	0.073	1
الماء	100	0.059	0.3

ماء الصابون	20	0.025	_
الزئبق	20	0.465	_
أثير الكحول	20	0.022	_
الدم	37	_	2.7
الغليسيرين	20	_	1500
زيت المحركات	30	_	250

ملخص الفصل

معامل يانغ	$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$
معامل القص السطحي	$S = \frac{F/A}{\Delta x/h}$
معامل الحجم	$B = -\frac{F/A}{\Delta V/V}$
الكثافة	$\rho = M/V$
الضغط	$p = F/A$
معادلة المانوميتر	$p = p_a + \rho gh$
مبدأ باسكال	$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$
قاعدة أرخميدس	$F_T = g(\rho_b V_b - \rho_l V_l) = w'$
معادلة الاستمرار	$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2$
معادلة برنولي	$p_1 + \frac{1}{2}v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}v_2^2 + \rho g y_2$
نظرية توريشيلي	$v_2 = \sqrt{2gh}$
انبوب فنتوري	$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho[(A_1/A_2)^2 - 1]v_1^2$
انبوب بيتوت	$v_1 = \sqrt{\frac{2\rho' gh}{\rho}}$
التوتر السطحي	$\gamma = F/L$
الخاصة الشعرية	$h = (2\gamma/\rho gr)\cos\theta$
معامل اللزوجة	$\eta = \frac{Fl}{Av}$

تمارين ومسائل

الكثافة

1-11 ماكتلة كرة من النحاس نصف قطرها 2 cm؟

2-11 ماعدد قضبان الفولاذ التي يمكن تحميلها على عربة تستطيع تحمل كتلة 550 kg إذا كان طول كل قضيب 1.4 m ونصف قطره 1.2 cm؟

3-11 يستعمل أنبوب رفيع يدعى **بكنوميتر** لقياس كثافة السوائل فتقاس كتلته فارغا 22.71 g وعند ملئه بالماء تصير 153.38 g و 157.67 g عند ملئه بالحليب. ماكثافة الحليب؟

4-11 ماوزن باب من خشب البلوط كثافته 500 kg/m³ وأبعاده 2×0.75×0.04 m؟

المرونة

5-11 تعلق كتلة 8.5 kg بنهاية سلك طوله 1.5 m ومساحة مقطعه 2.4 mm² مثبت شاقوليا فيستطيل 0.29 mm. ما الإجهاد والإنفعال ومعامل يانغ؟

6-11 يتصدع سلك نحاسي عندما يبلغ الإجهاد عليه 3×108 N/m². (أ) ما أكبر حمل يمكن تعليقه بالسلك إذا كان نصف قطره 0.41 mm؟ (ب) مانسبة استطالة السلك إلى طوله الأصلي عندما يعلق به نصف الحمل الأعظمي؟

7-11 يوصل سلك من النحاس طوله L ونصف قطره 0.6 mm بسلك فولاذ طوله $2L$ وقطره 0.8 mm ويعلق شاقوليا فيستطيل بمقدار 0.65 mm عندما يعلق به حمل 10 kg. ماهي L؟

8-11 ما استطالة سلك فولاذ طوله 4 m مستطيل المقطع أبعاده 1.5×2 cm إذا علق به كتلة 100 kg؟

9-11 في تجربة لقياس معامل يانغ للعظام توضع كتلة 10 kg فوق مقطع عظمة أسطوانية الشكل مساحة مقطعها 1.5 cm² ومثبتة شاقوليا فتنضغط بمعدل 0.0065%. ماقيمة Y لهذه القطعة؟

10-11 ما تغير حجم قطعة نحاس حجمها 10^{-3} m³ عندما يطبق عليها من كل الجهات ضغط متساوي قيمته 5×10^{4} Pa ؟

11-11 ما الضغط الإضافي اللازم لتغيير حجم عينة من الماء بمقدار 1%؟

12-11 يتصدع الفولاذ إذا تجاوز إجهاد القص السطحي عليه 4×10^{8} Pa. ما القوة اللازمة لفتح ثقب قطره 1 cm في فولاذ سمكه 0.5 cm؟

الضغط

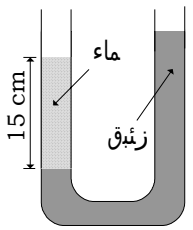
13-11 تصمم غواصة لتصل لعمق 600 m تحت سطح البحر وضغط جوي داخلها. مافرق الضغط خارج الغواصة والقوة الكلية المؤثرة على نافذة فيها قطرها 15 cm؟

14-11 مافرق الضغط الذي يجب على مضخة توفيره لضخ الماء من بئر عمقه 730 m لسطح الأرض؟

15-11 تغطي طبقة زيت سمكها 15 cm ماءا ارتفاعه 25 cm في برميل مفتوح. (أ) مافرق الضغط بين الماء والزيت إذا كانت كثافة الزيت 600 kg/m³؟ (ب) مافرق الضغط بين سطح البرميل وقعره؟

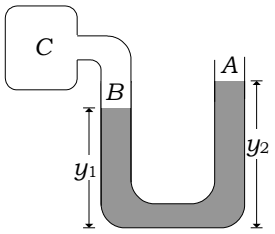
16-11 ماضغط الماء الكلي في بركة سباحة ممتلئة أبعادها 25×8×3 m على قعرها وعلى حائط جانبي فيها؟ مساعدة: بالنسبة للطلب الثاني احسب الضغط على شريحة رقيقة وكامل النتيجة على ارتفاع الحائط.

17-11 يسكب ماء في الذراع اليسرى لأنبوب على شكل U فيه كمية من الزئبق فيرتفع الماء 15 cm، كما في الشكل (11-21). (أ) ما الضغط المعياري $p–p_a$، عند السطح الفاصل بين المائعين؟ (ب) ما الفرق بين ارتفاع عمود الزئبق وعمود الماء؟



الشكل (11-21)

18-11 يملأ المانوميتر في الشكل (11-22) بزئبق فيرتفع إلى y_1=3 cm وy_2=8 cm. (أ) ما الضغط عند النقطة A إذا كان الضغط الجوي 970 mbar؟ (ب) ما الضغط عند النقطة B؟ (ج) ما الضغط في الخزان C؟



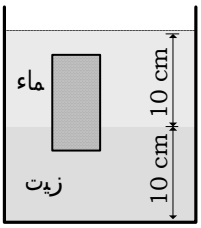
الشكل (11-22)

الطوف

19-11 ماحجم تمثال نحاسي وزنه في الهواء 125 N؟ ماوزنه في الماء؟

20-11 ماحجم وكثافة جسم يزن 10 N وهو مغمور كليا في الماء بينما يزن 12 N في الهواء؟

21-11 تربط كرة بلاستيكية بسلسلة مثبتة بقعر بحيرة ماء فيصل الشد في السلسلة إلى 600 N. ماقوة الطفو التي يؤثر بها الماء على الكرة إذا كان حجمها 0.2 m³؟ (ب) ماكتلة الكرة؟ (ج) مانسبة الحجم الذي سيبقى مغمورا منها إذا انقطعت السلسلة وطفت الكرة على السطح؟



الشكل (11-23)

22-11 تطفو قطعة خشب مكعبة الشكل على السطح الفاصل بين ماء وزيت، كما في الشكل (11-23)، بحيث يغمر 2 cm منها تحت الماء و 8 cm في الزيت. (أ) مافرق الضغط عند كل من السطح العلوي والسفلي للقطعة إذا كانت كثافة الزيت $600\ kg/m^3$؟ (ب) ماكتلة الخشب؟

23-11 ما الضغط الكلي عند أعمق نقطة من المحيط الهادي تسمى المريانا ترنش وعمقها 10.92 km؟ (استعمل كثافة ماء البحر) (ب) إن الضغط الحقيقي عند تلك النقطة هو $1.17\times10^8\ Pa$ وهذه أكبر من نتيجة الحساب بسبب تغير الكثافة مع العمق. جد العلاقة الخطية بين العمق والكثافة.

24-11 توضع قطعة خشب في كفة ميزان فتتعادل مع 0.1 kg من النحاس موضوعة في الكفة الأخرى. ما الوزن الحقيقي للخشبة إذا علمت أن كثافتها النسبية 0.15 وكثافة الهواء 1.29 kg/m^3 مع إهمال قوة دفع الهواء على النحاس؟

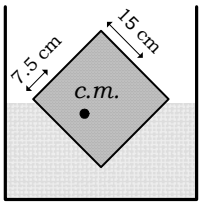
25-11 يجلس رجل كتلته 80 kg في قارب نجاة حجمه $0.03\ m^3$ بحيث يغمر 0.8 من الرجل في ماء البحر. ماكثافة مادة القارب إذا كانت الكثافة النسبية للرجل 1.2 والماء 1.03؟

26-11 (أ) يدعي صانعو سيارة صغيرة كتلتها 1000 kg وحجمها الداخلي $4\ m^3$ أنها تطفو في الماء. مانسبة الحجم المغمور منها عندما تطفو؟ (أهمل قوة الدفع على معدن السيارة). (ب) جد كمية الماء المتسربة داخل السيارة واللازم لإغراقها.

27-11 تزن خليطة من الذهب والألمنيوم 45 N في الهواء و36 N في الماء. ماوزن الذهب فيها إذا كانت كثافته النسبية 19.3 وللألمنيوم 2.5؟

28-11 تطفو قطعة خشب مكعبة طول ضلعها 0.1 m وكثافتها $500\ kg/m^3$ في الماء ثم يصب زيت كثافته $800\ kg/m^3$ في الماء إلى أن يصير سطحه على عمق 4 cm بالنسبة لسطح القطعة. (أ) ماسمك الزيت في الماء؟ (ب) ما الضغط المعياري بين سطحي القطعة؟

29-11 يوضع مكعب خشبي طول ضلعه 0.3 m في الماء ونصف حجمه مغمور فيه بحيث يقع مركز كتلته عند النقطة c، كما في الشكل (11-24). ماعزم الإرجاع الذي سيخضع له عندما يميل بزاوية $45°$؟



الشكل(11-24)

30-11 ما أكبر عدد من الأشخاص يمكن لطوافة خشبية أبعادها $0.3\ m\times2\times2$ أن تحمل دون أن تغرق في ماء عذب إذا كانت كتلة الواحد 65 kg بفرض أن كثافة الخشب $500\ kg/m^3$؟

حركة السوائل ومعادلة برنولي

31-11 يتدفق ماء في أنبوب مساحة مقطعه $10\ cm^2$ بسرعة $2\ m/s$ ليصل لاختناق $5\ cm^2$. ماحجم الماء الخارج من هذه المنطقة بالثانية إذا كان فرق الضغط بينهما $300\ Pa$؟

32-11 يتدفق ماء في أنبوب غير منتظم فيمر من نقطة مساحة مقطعها $0.8\ m^2$ بسرعة $4\ m/s$ (أ) ماسرعة السائل عند نقطة مقطعها $0.06\ m^2$ أو$0.112\ m^2$. (ب) ماحجم الماء الخارج في الثانية؟

33-11 يتدفق ماء في أنبوب فيمر من نقطة مساحة مقطعها $0.2\ m^2$ بمعدل تدفق $0.8\ m^2$. (أ) ماسرعة السائل؟ (ب) مانصف قطر الأنبوب عند نقطة سرعة السائل عندها $3.8\ m/s$؟

34-11 يحوي وعاء مغلق ومملوء بماء البحر طبقة من الهواء فوق سطح الماء سمكها $2\ cm$. (أ) ماسرعة خروج الماء من فتحة بقعر الوعاء مساحتها $10\ cm^2$ إذا كان ارتفاع الماء الابتدائي $2\ m$ وفرق الضغط فيه $40\ atm$؟ (ب) ماكمية الماء الخارجة في ثانية واحدة ومازخمها الخطي؟ (ج) مامعدل تغير الزخم الخطي للكتلة؟ (د) اكتب القوة التي تتعرض لها هذه الكمية خلال خروجها من الفتحة وجد القوة التي يؤثر بها السائل المنطلق على الوعاء (استعمل قانون نيوتن الثالث). تسمى هذه القوة **النفث** *(thrust)* وتعمل الصواريخ على هذا المبدأ.

35-11 (أ) ماسرعة خروج الماء من فتحة نصف قطرها $2\ cm$ في جدار وعاء عمقه $10\ cm$؟ (ب) ماحجم الماء الخارج في الثانية؟

36-11 يخرج ماء من أنبوب أفقي بمعدل $0.004\ m^3/s$ عند نقطة مقطعها $0.001\ m^2$ وضغطها $1.2\times10^5\ Pa$. ماذا يجب أن تكون مساحة اختناق في الأنبوب حتى يصير الضغط عنده $1\times10^5\ Pa$؟

37-11 يسري ماء في أنبوب فيمر من نقطة أولى مساحتها A وفرق الضغط عندها $3\times10^5\ Pa$ بسرعة $4\ m/s$. مافرق الضغط عند نقطة ثانية على عمق $20\ m$ بالنسبة للأولى ومساحتها $A/2$؟

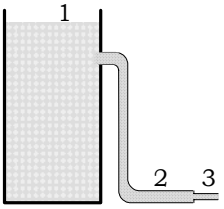
38-11 ماذا يجب أن يكون فرق الضغط عند الخزانات الرئيسية في مدينة حتى يصل ارتفاع الماء الخارج من فوهة خرطوم إطفائي إلى $20\ m$؟

39-11 يتدفق ماء من فتحة في قعر إناء اسطواني مساحتها $1\ cm^2$ بنفس الوقت الذي يتم ملؤه من الأعلى بمعدل $1.4\times10^{-4}\ m^3/s$. مامقدار ارتفاع الماء في الإناء إذا كان قطره $0.1\ m$ وارتفاعه $0.2\ m$؟

11-40 تحتاج طائرة لقوة رفع مقدارها $1000\ \text{N/m}^2$. ماسرعة سريان الهواء فوق الجناح إذا كانت سرعته تحته $100\ \text{m/s}$؟ (كثافة الهواء $1.29\ \text{kg/m}^3$).

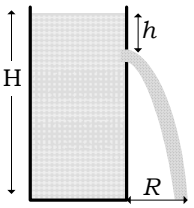
11-41 يسري ماء في أنبوب فيمر من نقطة فرق الضغط عندها $1\times10^4\ \text{Pa}$ فوق الضغط الجوي بسرعة $2\ \text{m/s}$. مافرق الضغط عند نقطة أخرى مساحتها تعادل نصف مساحة الأولى؟

11-42 يتدفق ماء من خزان كبير جدا، كما في الشكل (11-25)، بحيث أن ارتفاع النقطة 1 هو $10\ \text{m}$ وارتفاع النقطتين 2 و 3 هو $1\ \text{m}$ ومساحة المقطع عند الأولى $0.04\ \text{m}^2$ والثانية $0.02\ \text{m}^2$. (أ) مافرق الضغط عند النقطة 2؟ (ب) مامعدل تدفق الماء من الخزان بالثانية؟



الشكل (11-25)

11-43 يبلغ ارتفاع الماء في برميل H عندما يفتح ثقب صغير في جانبه على عمق h من سطح الماء، كما في الشكل (11-26). (أ) ما المسافة الأفقية التي سيقطعها الماء المتدفق من الثقب عند وصوله للأرض؟ (ب) بفرض أن H=12 m وh=3 m، عند أي ارتفاع تحت سطح الماء يمكن فتح ثقب آخر بحيث يقطع الماء المتدفق منه نفس المسافة الأفقية التي يصل إليها الماء من الأول؟



الشكل (11-26)

11-44 يسري ماء في أنبوب غير منتظم بمعدل $3\times10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$ فيمر من نقطة أولى مساحتها $40\ \text{cm}^2$ وأخرى مساحتها $10\ \text{cm}^2$. (أ) ماسرعة الماء عند كل نقطة؟ (ب) مافرق الضغط بين النقطتين؟ (ج) كم يرتفع عمود من الزئبق نيتجة هذا الفرق في الضغط؟

11-45 يطفو جسم منتظم الشكل كتلته m وارتفاعه h ومساحة مقطعه A بشكل قائم في سائل كثافته ρ. (أ) ما الارتفاع الشاقولي الظاهر من الجسم فوق الماء؟ (ب) ما المسافة الي سيهبطها قعر الجسم عند تطبيق قوة F على سطحه العلوي نحو الأسفل؟

11-46 يتألف مقياس هيدروميتر مملوء بالكحول من عنق اسطواني مساحة مقطعه $0.4\ \text{cm}^2$ وقعر كروي بحيث أن الحجم الكلي للمقياس $13.2\ \text{cm}^3$. جد كثافة الكحول إذا علمت أن $8\ \text{cm}$ من العنق طفت فوق السطح عندما وضع المقياس في الماء بينما طفا $1\ \text{cm}$ منه عند وضعه في الكحول؟ (يوضح هذا المثال دقة الجهاز المذكور لأن القراءة تتغير لأي تغير في الكثافة).

11-47 يتدفق ماء تحت ضغط $3\times10^5\ \text{Pa}$ بسرعة $1\ \text{m/s}$ في أنبوب أفقي عندما يصل لاختناق قطره ربع قطر الأنبوب الأصلي. ماسرعة الماء هناك وما الضغط في الاختناق؟

48-11 برهن أن القدرة اللازمة لدفع سائل في أنبوب تساوي معدل التدفق مضروبا بفرق الضغط بين طرفيه (استخدم معادلة الأبعاد).

49-11 يخرج الماء من نافورة قطرها 10 cm فيصل لارتفاع 10. m. ما القدرة اللازمة لتشغيل النافورة؟ (أهمل طول النافورة مهمل وسرعة الماء في الأنابيب المغذية لها).

50-11 ماحجم بالون كتلته 600 kg ويحمل رزمة كتلتها 4000 kg ليرتفع في الهواء مع العلم أنه ممتلئ بغاز هيليوم كثافته $0.178\ kg/m^3$؟

التوتر السطحي

51-11 يرفع سلك دائري قطره 3.5 cm من على سطح كمية من الدم بواسطة قوة 1.61×10^{-2} N. ما التوتر السطحي للدم؟

52-11 تقف حشرة على سطح الماء بأطرافها الستة بحيث يصنع كل طرف منخفضا عمقه 0.2 cm وزاوية تماسه 45°. ماكتلة الحشرة؟

53-11 ترفق قوة مقدارها 7.13×10^{-3} N حلقة دائرية نصف قطرها 5 cm من على سطح إثينول. مانصف قطر الحلقة التي سترفعها نفس القوة من على سطح سائل الخلايا البشرية إذا علمت أن التوتر السطحي للإثينول 0.0227 N/m وللخلايا 0.050 N/m؟

الخاصة الشعرية

54-11 يرتفع سائل كثافته $1080\ kg/m^3$ إلى مسافة 2.1 cm في أنبوب شعري قطره 1 mm صانعا زاوية تماس مساوية للصفر. ما التوتر السطحي للسائل؟

55-11 إلى أي ارتفاع يصل الدم في شعيرة دموية نصف قطرها $2\mu m$ إذا كانت كثافته 1050 kg/m^3 والتوتر السطحي فيه 0.058 N/m؟

56-11 مانصف قطر أنبوب شعري يرتفع فيه سائل كثافته النسبية 1.035 وتوتره السطحي 0.088 N/m مسافة 5 cm بفرض أن زاوية تماسه صفر؟

اللزوجة

57-11 ما القوة اللازمة لسحب طبقة رقيقة من الغليسرين سمكها 1.5 mm موضوعة بين صفيحتين زجاجيتين عرض الواحدة 1 cm وطولها 4cm بسرعة 0.3 m/s؟

58-11 تسحب قطعة معدنية طولها 0.4 mm وعرضها 0.12 m على سطح أفقي مطلي بمادة ملينة سمكها 1 mm بسرعة 0.5 m/s بواسطة قوة 1.9 N. مامعامل اللزوجة للمادة الملينة؟