الفصل الثاني
الاعداد الحقيقة
حلول تمارين (٢-١)

س 1 // ضع كلا مما يأتي بأبسط صورة .

$a) 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 4\sqrt{2}$

$= (2\sqrt{3} + \sqrt{3}) + (5\sqrt{2} - 4\sqrt{2})$

$= 3\sqrt{3} + \sqrt{2}$

$b) \ \frac{1}{4}\sqrt{7} - \frac{3}{2}\sqrt{5} + \frac{3}{4}\sqrt{7}$

$\left[\frac{1}{4}\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{7}\right] - \frac{3}{2}\sqrt{5} = \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)\sqrt{7}\right] - \frac{3}{2}\sqrt{5} \Rightarrow \frac{4}{4}\sqrt{7} - \frac{3}{2}\sqrt{5}$

$= \sqrt{7} - \frac{3}{2}\sqrt{5}$

س 2 // ضع كلا مما ياتي بابسط صورة ؟

الحل //

$a) \ 3\sqrt{2}(4\sqrt{2} - \sqrt{3}) = (12)(2) - 3\sqrt{6} \Rightarrow 24 - 3\sqrt{6} = 3(8 - \sqrt{6})$

$b) \ (2\sqrt{3} + \sqrt{5})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) = (6)(3) - 4\sqrt{15} + 3\sqrt{15} - (2)(5)$

$18 - \sqrt{15} - 10 = 8 - \sqrt{15}$

$c) \ [\ 4\sqrt{6} - \sqrt{3}\ ]^2 = (4\sqrt{6} - \sqrt{3})(4\sqrt{6} - \sqrt{3}) \Rightarrow (16)(6) - 4\sqrt{18} - 4\sqrt{18} + 3$

$99 - 8\sqrt{18} = 99 - (8)\sqrt{9}.\sqrt{2} \Rightarrow 99 - (8)(3).\sqrt{2} = 99 - 24\sqrt{2}$

$= 3(33 - 8\sqrt{2})$

ملاحظه :- قانون الفرق بين مكعبين $(a \pm b)^3$

=(جذر التكعيبي للأول (نفس الاشارة) الجذر التكعيبي للثاني) (مربع الاول(عكس الاشارة) الاول في الثاني + مربع الحد الثاني)

بحيث ان a= الجذر الاول b= الجذر الثاني

$d)\ (1-\sqrt{2})^3 = (1-\sqrt{2})(1-\sqrt{2})(1-\sqrt{2}) = (1-\sqrt{2}-\sqrt{2}+2)(1-\sqrt{2})$

$(3-2\sqrt{2})(1-\sqrt{2}) = \left(3-3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+(2)(2)\right) \Rightarrow (3-5\sqrt{2}+4) = (7-5\sqrt{2})$

$e)\ (\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

يمكن حل السؤال أعلاه بطرقة فرق بين مربعين و القانون بصورة عامة

((مربع الحد الاول $\pm$ ٢ في الاول في الثاني + مربع الحد الثاني))

$= (3+2\sqrt{3}\sqrt{2}+2)(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \Rightarrow (5+2\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$= (5\sqrt{3}-5\sqrt{2}+2\sqrt{6}\sqrt{3}-2\sqrt{6}\sqrt{2})$

$= (5\sqrt{3}-5\sqrt{2}+2\sqrt{18}-2\sqrt{12}) \Rightarrow (5\sqrt{3}-5\sqrt{2}+2\sqrt{2*9}-2\sqrt{4*3})$

$= (5\sqrt{3}-5\sqrt{2}+6\sqrt{2}-4\sqrt{3}) = (\sqrt{3}+\sqrt{2})$

س 6 /// بين صحة او خطا العبارات التالية ؟

$a)\ \sqrt{3}+\sqrt{3}=\sqrt{6}$ ×

$b)\sqrt{8}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ √

$c)(2\sqrt{3})(3\sqrt{3})=6\sqrt{3}$ ×

$d)\sqrt{12}=2\sqrt{6}$ ×

س 4 : جد($\frac{a^2}{b} \cdot a^2$)حيث $b \neq 0$ ، $(b \cdot a^2)$ في كل مما ياتي بحيث يكون المقام عددا نسبيا

الحل //

$a)$ $a = 2\sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$

$$\frac{a^2}{b} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{\sqrt{3}} = \frac{(4)(2)}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$a^2 \cdot b = (2\sqrt{2})^2 \cdot (\sqrt{3}) = (4)(2)\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$b)$ $a = -4\sqrt{3}$, $b = -\sqrt{2}$

$$\frac{a^2}{b} = \frac{(-4\sqrt{3})^2}{-\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{(16)(3)}{-\sqrt{2}} \cdot \frac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} = -24\sqrt{2}$$

$$a^2 \cdot b = (-4\sqrt{3})^2 \cdot (-\sqrt{2}) \Rightarrow (16)(3) \cdot (-\sqrt{2}) = -48\sqrt{2}$$

$c)$ $a = \sqrt{2} - 2$, $b = \sqrt{3}$

$$\frac{a^2}{b} = \frac{(\sqrt{2}-2)^2}{\sqrt{3}} = \frac{2 - 4\sqrt{2} + 4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{(6 - 4\sqrt{2})\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}(3 - 2\sqrt{2})}{3}$$

$$a^2 \cdot b = (\sqrt{2}-2)^2 \cdot (\sqrt{3}) \Rightarrow (2 - 2\sqrt{2} + 4)(\sqrt{3}) = (6 - 4\sqrt{2})\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$2\sqrt{3}(3 - 2\sqrt{2})$$

س 5 // اختصر المقادير التالية :-

$a)$ $\sqrt{48} - 3\sqrt{75} - 2\sqrt{12}$

$$\sqrt{(16)(3)} - 3\sqrt{(25)(3)} - 2\sqrt{(3)(4)} = 4\sqrt{3} - (5)(3)\sqrt{3} - (2)(2)\sqrt{3}$$

$$4\sqrt{3} - 15\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = (4 - 15 - 4)\sqrt{3}$$

الأستاذ علي جويعد المالكي

$= -15\sqrt{3}$

$b)\ \sqrt{20} - 12\sqrt{5} - 5\sqrt{\frac{1}{5}}$

$$\sqrt{(4)(5)} - 12\sqrt{5} - 5\left[\sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right] = 2\sqrt{5} - 12\sqrt{5} - \frac{5\sqrt{5}}{5}$$

$$2\sqrt{5} - 12\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}(2 - 12 - 1) \Rightarrow -11\sqrt{5}$$

$c)\ \sqrt{63} - 7\sqrt{\frac{1}{7}} - 3\sqrt{28}$

$$\sqrt{(7)(9)} - 7\left[\sqrt{\frac{1}{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}\right] - 3\sqrt{(7)(4)} = 3\sqrt{7} - \frac{7\sqrt{7}}{7} - (2)(3)\sqrt{7}$$

$$3\sqrt{7} - \sqrt{7} - 6\sqrt{7} = (3 - 1 - 6)\sqrt{7}$$

$= -4\sqrt{7}$

$d)\ 5\sqrt{\frac{3}{10}} + 2\sqrt{\frac{5}{6}} - \sqrt{\frac{15}{32}}$

$$5\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} + 2\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{(16)(2)}} = 5\left[\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}\right] + 2\left[\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}\right] - \left[\frac{\sqrt{15}}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right]$$

$$= \frac{5\sqrt{30}}{10} + \frac{2\sqrt{30}}{6} - \frac{\sqrt{30}}{(4)(2)} \Rightarrow \frac{\sqrt{30}}{2} + \frac{\sqrt{30}}{3} - \frac{\sqrt{30}}{8} = \frac{\sqrt{30}}{24}$$

س ٦//

(a) جد قيمة المقدار الاتي $4x^2-2x+5$ اذا كانت قيمة x هي

$(\frac{1}{2}(2-\sqrt{3}) \quad ,\sqrt{5},\ 1-\sqrt{2})$

X=$\sqrt{5}$

$4x^2-2x+5=4\left(\sqrt{5}\right)^2-2\left(\sqrt{5}\right)+5 \Longrightarrow 4(5)-2\sqrt{5}+5=25-2\sqrt{5}$

$x=1-\sqrt{2}$

$4x^2-2x+5=4(1-\sqrt{2})^2-2(1-\sqrt{2})+5$

$4(1-2\sqrt{2}+2)-2+2\sqrt{2}+5=4-8\sqrt{2}+8-2+2\sqrt{2}+5$

$15+6\sqrt{2}=3(5+3\sqrt{2})$

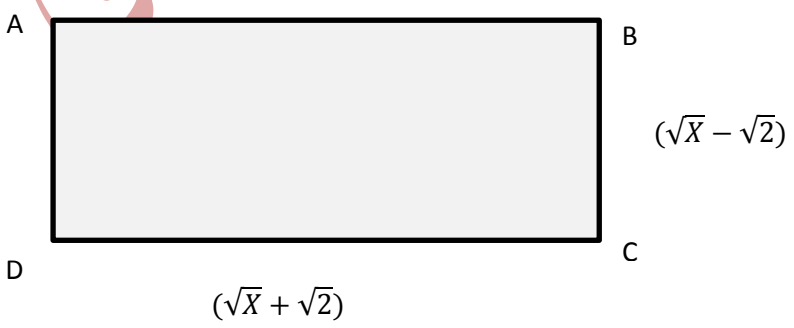
$x=\frac{1}{2}(2-\sqrt{3})=1-\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$4x^2-2x+5=4(1-\frac{1}{2}\sqrt{3})^2-2(1-\frac{1}{2}\sqrt{3})+5$

$4\left(1-\sqrt{3}+\frac{1}{4}(3)\right)-2+\sqrt{3}+5=4-4\sqrt{3}+3-2+\sqrt{3}+5$

$=10-3\sqrt{3}$

B) جد قيمة x في الشكل المجاور اذا كانت مساحة المستطيل ABCD تساوي $14CM^2$ حيث $X>2$



الحل //

مساحة المستطيل = الطول x العرض

$$(\sqrt{x}+\sqrt{2})(\sqrt{x}-\sqrt{2})=14$$

$$x-\sqrt{x}\sqrt{2}+\sqrt{x}\sqrt{2}-2=14$$

$$x-2=14 \Longrightarrow x=16$$

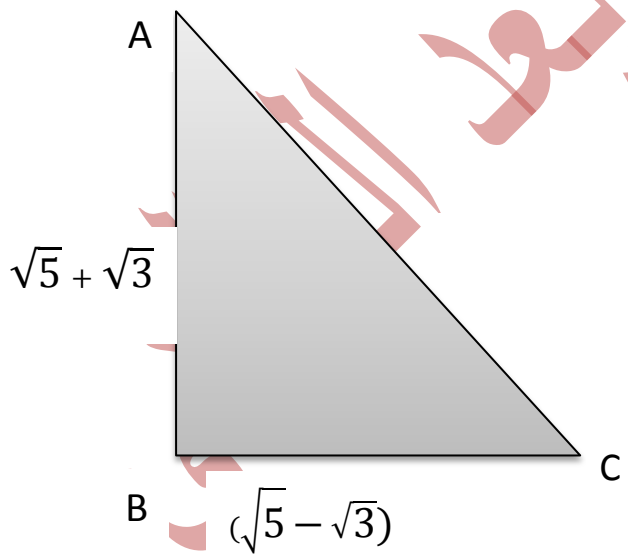
c) جد مساحة المثلث ABC

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة X الارتفاع

مساحة المثلث $=\frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

$$=\frac{1}{2}(5+\sqrt{3}\sqrt{5}-\sqrt{5}\sqrt{3}-3)$$

$$=\frac{1}{2}(2)=1$$ وحدة مربعه



الأستاذ علي جويعد المالكي

حل تمارين (2 - 2)

الجذور التكعيبية

س ١ // اختصر المقادير التالية :-

a) $\sqrt[3]{81}-\sqrt[3]{-24}-3\sqrt[3]{\frac{-1}{9}}$

$=\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{24}+3\sqrt[3]{\frac{1}{9}.\frac{3}{3}}$

$=3\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{\frac{3}{27}}$

$=5\sqrt[3]{3}+\frac{3\sqrt[3]{3}}{3}$

$=6\sqrt[3]{3}$

b) $7\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{-16}+4\sqrt[3]{128}$

$=7\sqrt[3]{(27)(2)}+\sqrt[3]{(8)(2)}-4\sqrt[3]{(64)(2)}$

$=21\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}-16\sqrt[3]{2}$

$=\sqrt[3]{2}(21+2-16)$

$=7\sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt[3]{32}+2\sqrt[3]{\frac{1}{2}}-(\sqrt[3]{(-2)^2})^2$

$=\sqrt[3]{(8)(4)}+2\sqrt[3]{\frac{1}{2}.\frac{4}{4}}-(\sqrt[3]{4})^2$

$=2\sqrt[3]{4}+2.\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{8}}-\sqrt[3]{16}$

$=2\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{4}-2\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{4}$

الأستاذ علي جويعد المالكي

س٢// جد ناتج $(\sqrt[3]{2}+1)(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1)$

الحل //

$$=\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$$

$$=\sqrt[3]{8}-\cancel{\sqrt[3]{4}}+\cancel{\sqrt[3]{2}}+\cancel{\sqrt[3]{4}}-\cancel{\sqrt[3]{2}}+1$$

$$=2+1=3$$

س ٣// مكعب طول ضلعة $2\sqrt[3]{3}\,cm$ جد حجمة ومساحته ؟

الحل :-

حجم المكعب = (طوال الضلع)(طول الضلع)(طول الضلع)

$$=(2\sqrt[3]{3})(2\sqrt[3]{3})(2\sqrt[3]{3})=24cm^3$$

المساحة الكلية = 6 x مساحة وجه واحد

$$(6)(2\sqrt[3]{3})(2\sqrt[3]{3})=24cm^2$$

س ٤// متوازي سطوح مستطيلة ابعاده $\frac{6}{\sqrt[3]{3}},\frac{5}{\sqrt[3]{4}},\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$ وحدة طول جد حجمة في ابسط صورة

الحل //

$$\left(\frac{6}{\sqrt[3]{3}}\right)\left(\frac{5}{\sqrt[3]{4}}\right)\left(\frac{3}{\sqrt[3]{2}}\right)=\frac{6)(5)(3)}{\sqrt[3]{(3)(4)(2)}}=\frac{90}{\sqrt[3]{24}}$$

علم الرياضيات

يتمتع علم الرياضيات بجاذبية خاصة وسحر اخاذ وبريق مبهر فهو مادة أيقاظ الفكر وشخذ المواهب وبناء العقول .

ان الرياضيات مادة البناء في ابحاث الفضاء و الفلك و الاجهزة الالكترونية التي دخلت جميع المجالات الحياة وتغلغات بها وانتقلت بالناس الى عالم اخر ....

وبالرغم من ان الرياضيات مادة مشوقة تميل النفس الى دراستها و البحث فيها الا ***انها في الكثير من الاحيان تكون حجر عثرة امام الكثير منا***. وذلك بس عدم استيعابنا لأصولها ونظرياتها وقوانينها.

ومما لا شك في ان هذا العجز عن الفهم لم يكن عيبا في ذات المادة ولكنه نابع في ***ذاتنا نحن*** ؟؟

علي جويعد